

МЕХАНИКА

УДК 539.376

**РОСТ КОРРОЗИОННЫХ ТРЕЩИН
И ДОЛГОВРЕМЕННАЯ ПРОЧНОСТЬ ХРУПКИХ МАТЕРИАЛОВ****А. Р. Арутюнян, Р. А. Арутюнян*Санкт-Петербургский государственный университет,
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9

Формулируются кинетические уравнения роста коррозионно-усталостных трещин в хрупких материалах и критерий усталостной прочности для образца с трещиной. Считается, что коррозионные процессы контролируются кинетическим уравнением, соответствующим реакции разложения твердого раствора, а коэффициент интенсивности напряжений является ответственным за ускорение коррозионных процессов. Под воздействием умеренных или относительно низких напряжений будет наблюдаться коррозионный рост имеющихся или наведенных малых трещи. В начальном состоянии трещины имеют размеры, которые являются безопасными для данного уровня напряжений. Однако под воздействием коррозионной среды произойдет медленный квазистатический рост трещины и при достижении ее длины критической величины, соответствующей данному уровню напряжения, наступит мгновенное хрупкое разрушение согласно критерию хрупкой прочности Гриффитса. С учетом этих положений сформулирован критерий усталости хрупких материалов. Библиогр. 15 назв. Ил. 6.

Ключевые слова: хрупкие материалы, коэффициент интенсивности напряжений, рост коррозионных трещин, критерий прочности Гриффитса, долговременная прочность.

Введение. Согласно результатам опытов долговременная прочность хрупких материалов определяется, в основном, развитием коррозионных трещин. Считается, что рост коррозионных трещин контролируется кинетическим уравнением, соответствующим реакции разложения твердого раствора, а коэффициент интенсивности напряжений является ответственным за ускорение коррозионных процессов. С учетом этих положений и критерия прочности Гриффитса сформулированы кинетическое уравнение роста коррозионных трещин, критерий усталости образца с трещиной и вероятностные критерии коррозионно-усталостного разрушения сложных механических систем с последовательным и параллельным соединениями элементов.

1. Кинетика роста коррозионно-усталостных трещин и критерий прочности образца с трещиной. Критерии прочности, в частности, критерии долговременной прочности формулируются обычно для детерминированных, микрооднородных сред. К таким средам относятся, например, металлические материалы. Проч-

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 12-01-00594, 12-01-31257).

ность этих материалов определяется процессами, охватывающими значительные объемы. В то же время критерии, сформулированные на основе этих положений, не могут быть использованы в случае хрупких материалов, для которых процессы разрушения определяются локальными дефектами и флуктуациями свойств материала. Дефекты и микронеоднородности структуры в локализованных процессах приобретают фундаментальное значение — они являются источниками разрушения. В мировой научной литературе описаны многочисленные исследования по разработке критериев прочности хрупких материалов. В то же время проблема долговременной прочности для этих материалов исследована недостаточно [1–3]. В качестве примера рассмотрим проблему статической усталости стекла. Принято считать, что стекло является почти идеально хрупким материалом, поэтому деформационные процессы до момента разрыва должны происходить упруго. В действительности разрушение стекла весьма сложно и характеризуется наличием эффекта коррозионной статической усталости. При этом для полного понимания статической усталости стекла предполагается наличие коррозии под напряжением, которая может существенно влиять на концентрацию напряжений у вершины микротрещины. Эти положения применимы также для объяснения и описания статической прочности других хрупких материалов, например, керамических композитов. Как показывают наблюдения [2], длительная прочность этих материалов связана с механизмом коррозионно-окислительного роста дефектов.

В случае приложения циклических нагрузок происходит интенсификация коррозионных процессов, соответственно, возникновение некоторых характерных эффектов. Например, основной признак коррозионного усталостного разрушения, в отличие от разрушения в инертной среде, заключается в отсутствии предела усталости. При воздействии коррозионной среды не удается выделить пороговое значение коэффициента интенсивности напряжений.

Формулируется кинетическое уравнение роста трещин в коррозионной среде, учитывающее взаимосвязанные механохимические процессы. Считается, что они контролируются уравнением, соответствующим реакции разложения твердого раствора, а коэффициент интенсивности напряжений является ответственным за ускорение коррозионных процессов [4]. Как показывают опыты, при воздействии агрессивной среды происходит ускорение роста трещин усталости. При этом получают разнообразные диаграммы коррозионно-усталостного роста трещины [5], скорость роста которой зависит, в частности, от частоты нагружения. Для описания этих эффектов предлагается записывать кинетическое уравнение роста трещин в шкале эффективного времени [6] $z = tf^\alpha = Nf^{\alpha-1}$ ($f = N/t$, f — частота нагружения, t — обычное время, N — число циклов нагружения, α — постоянная). Исходя из этих положений, кинетическое уравнение роста коррозионных трещин задаем в следующем виде:

$$\frac{dl}{dz} = F(\Delta K)z^\beta, \quad (1)$$

где l — текущая длина трещины, ΔK — размах коэффициента интенсивности напряжений за цикл, F — некоторая функция ΔK , β — постоянная. При $\beta = 0$, $\alpha = 1$ и в случае степенной аппроксимации функции $F(\Delta K)$, из уравнения (1) следует кинетическое уравнение Пэриса—Эрдогана [7].

Таким образом, при описании механохимических процессов принимается предположение о зависимости F от размаха коэффициента интенсивности напряжений, т. е. учитывается влияние не только напряжения, но также формы и размера дефекта на скорость коррозионных процессов. Далее для этой функции принимается степенная

зависимость в виде

$$F(\Delta K) = K_1(\Delta K)^m, \quad (2)$$

где K_1 , m — постоянные.

Внося (2) в уравнение (1) и записывая это уравнение через число циклов нагружения $z = N$ ($\alpha = 1$), получаем

$$\frac{dl}{dN} = K_1(\Delta K)^m N^\beta. \quad (3)$$

Приняв $\Delta K = \Delta\sigma\sqrt{\pi l}$ ($\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$, σ_{\max} , σ_{\min} — максимальное и минимальное напряжения за цикл) и начальные условия $N = 0$, $l = l_0$, решение уравнения (3) можно записать в виде

$$l = \left[\frac{2-m}{2(\beta+1)} (\Delta\sigma)^m \pi^{m/2} K_1 N^{\beta+1} + l_0^{\frac{2-m}{2}} \right]^{\frac{2}{2-m}}. \quad (4)$$

Для описания чисто коррозионного роста трещин в уравнении (1) следует считать $F(\Delta K) = \text{const} = F_0$, $\alpha = 0$ ($z = t$); тогда из (1) следует

$$\frac{dl}{dt} = F_0 t^\beta. \quad (5)$$

Решение уравнения (5) при начальном условии $N = 0$, $l = l_0$ имеет вид

$$l = \frac{F_0}{\beta+1} t^{\beta+1} + l_0. \quad (6)$$

На рис. 1 показаны кривые роста трещин усталости для разных значений напряжений согласно формулам (4) и (6). Приняты следующие значения коэффициентов: $m = 4$, $K_1 = 3 \cdot 10^{-15} \cdot [\text{М}]^{-1} \cdot [\text{цикл.}]^{-2} \cdot [\text{МПа}]^{-4}$, $F_0 = 5 \cdot 10^{-20} \cdot [\text{М}] \cdot [\text{ч.}]^{-2}$, $l_0 = 10^{-6} [\text{М}]$, $\beta = 1$.

Сравнивая кривые роста трещин на рис. 1 можно прийти к следующим выводам. Процессы роста коррозионных трещин при отсутствии внешнего напряжения (кривая 3) принципиально отличается от соответствующих кривых при воздействии внешних напряжений (кривые 1, 2). В первом случае инкубационный период роста трещины на начальной стадии переходит в монотонное ее развитие. Такая закономерность наблюдается при описании реакций разложения твердых тел [8]. Во втором случае за медленным ростом трещины следует быстрый рост до разрушения образца.

В механике материалов считается, что разрушение образца с трещиной наступает при достижении ее длины критической величины $l = l_*$, где l_* — длина трещины в момент разрушения. В случае хрупких материалов разрушение наступает мгновенно и описывается критерием Гриффитса [8], согласно которому критическая длина трещины l_* соответствует уровню критического напряжения $\Delta\sigma$ и определяется соотношением

$$l_* = \frac{2\gamma E}{\pi(\Delta\sigma)^2}, \quad (7)$$

где γ — поверхностная энергия, E — модуль Юнга.

Предполагается, что формула Гриффитса справедлива при циклических нагружениях. В этом случае в качестве $\Delta\sigma$ следует рассматривать амплитуду напряжения

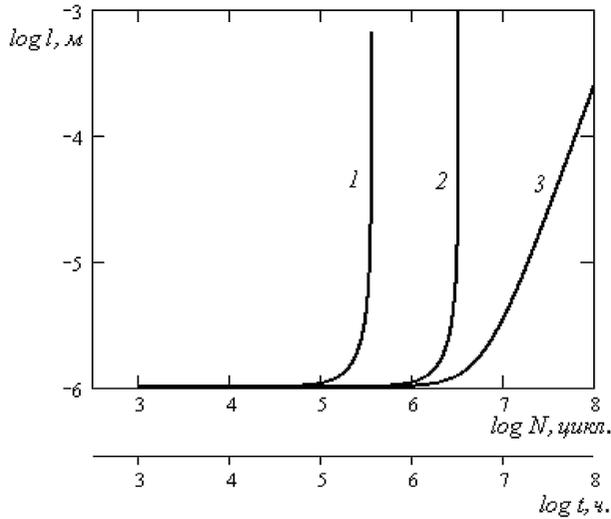


Рис. 1. Теоретические кривые роста трещин по формуле (4): кривая 1 — $\Delta\sigma = 150$ [МПа], кривая 2 — $\Delta\sigma = 50$ [МПа] и по формуле (6) — кривая 3. Кривая 3 построена в шкале обычного времени t .

$\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2$ или максимальное напряжение цикла σ_{\max} . Как известно, эти величины используются при построении кривых усталости — графиков, характеризующих зависимость между максимальными или амплитудными напряжениями и числом циклов до разрушения.

Согласно концепции Гриффитса разрушение не произойдет, если длина трещины меньше критической. При этом не рассматривается практически важный случай медленного роста малых трещин под воздействием напряжений и коррозионной среды до критического размера. Как было отмечено выше, такое положение соответствует результатам опытов, которые убедительно показывают, что в условиях воздействия коррозионной среды отсутствуют пороговые значения коэффициента интенсивности напряжений, т. е. возможность роста малых трещин до критических размеров, соответствующих заданному уровню напряжения. В этом случае рост трещины можно описать с помощью соотношения (4), а при формулировке критерия прочности использовать условие Гриффитса (7). С учетом этих положений из (4) и (7) следует критерий коррозионной усталости для образца с трещиной

$$K_1 N^{\beta+1} = \frac{2(\beta+1)}{(2-m)(\Delta\sigma)^m \pi^{m/2}} \left[\left(\frac{2\gamma E}{\pi(\Delta\sigma)^2} \right)^{\frac{2-m}{2}} - l_0^{\frac{2-m}{2}} \right]. \quad (8)$$

На рис. 2 в координатах $\Delta\sigma - \log N$ представлены теоретические кривые усталостной прочности по критерию (8). Согласно этому рисунку и в соответствии с экспериментом под воздействием коррозионной среды наблюдается значительное сокращение числа циклов до разрушения (кривые 1 и 2). При отсутствии коррозионной среды усталостная прочность увеличивается на несколько порядков (кривая 3).

При построении кривых на рис. 2 были использованы следующие значения параметров: $m = 4$, $l_0 = 10^{-6} \cdot [\text{м}]$, $\gamma = 0,15 \cdot [\text{Дж}] \cdot [\text{м}]^{-2}$, $K_1 = 3 \cdot 10^{-15} \cdot [\text{м}]^{-1} \cdot [\text{цикл.}]^{-2} \cdot [\text{МПа}]^{-4}$, $E = 10^5 [\text{МПа}]$.

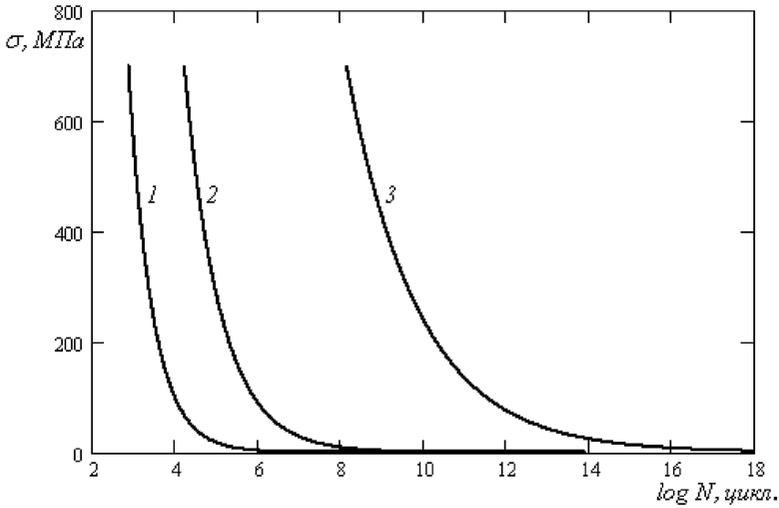


Рис. 2. Теоретические кривые усталости согласно критерию (8) при $m = 4$ и для различных значений β : кривая 1 — $\beta = 2$, кривая 2 — $\beta = 1$ и кривая 3 — $\beta = 0$.

2. Вероятностный критерий коррозионно-усталостного разрушения сложных механических систем. Под сложной системой рассматриваются элементы современных технических сооружений или неоднородных материалов, разрушение которых возможно в результате роста усталостных трещин. В случае неоднородных хрупких материалов в качестве «элемента» выступает первичный объем, а прочность образца из такого материала характеризуется прочностью наиболее дефектного первичного объема.

При построении вероятностной модели усталостного разрушения сложных систем исходим из следующих положений. Считаем, что распределение начальных трещин по размерам в элементах системы является случайным. Случайным является также число циклов до разрушения. Под воздействием циклических напряжений трещины стартуют и растут. Система разрушается в результате достижения трещиной длины некоторого критического размера. При традиционном подходе к расчету на долговечность сложных технических систем не учитывается дефектное состояние системы в целом. Такой метод расчета может привести к существенному завышению работоспособности, так как вероятность выживания системы из многих элементов с дефектами значительно ниже вероятности выживания отдельного элемента. Существенным является также способ соединения элементов: последовательное соединение или соединение с резервированием. Для каждого случая формулируется вероятностная модель разрушения. Конкретизированы параметры модели и построены теоретические кривые усталости. Сравнительный анализ этих кривых позволяет получить практическую информацию по проектированию сложных инженерных систем.

Пусть элементы взаимодействуют так, что отказ любого из них приводит к отказу системы (теория наиболее слабого звена). Такое соединение называют последовательным (рис. 3).

Безотказная работа системы есть случайное событие, равное пересечению независимых событий — безотказной работы каждого из элементов. Вероятность безотказной работы такой системы получим по теореме умножения для независимых событий.

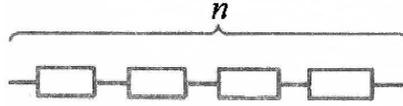


Рис. 3.

Пусть система состоит из n элементов, в которых имеются трещины, размеры которых l_i ($i = 1, n$) изменяются в пределах $l_0 \leq l \leq l_*$, где l — случайная выборка из показательного распределения [10–12]

$$G = \frac{e^{-\lambda l_0} - e^{-\lambda l}}{e^{-\lambda l_0} - e^{-\lambda l_*}}. \quad (9)$$

Обозначим через N_i число циклов до достижения i -й трещиной критической длины, тогда $G(N)$ — функция распределения последовательности значений N_i и согласно (4), (9)

$$G(N) = \frac{e^{-\lambda l_0} - e^{-\lambda l(N)}}{e^{-\lambda l_0} - e^{-\lambda l_*}}. \quad (10)$$

Если N — число циклов безотказной работы, то $N = \min(N_i)$. Таким образом, приходим к задаче о распределении минимальных значений случайной величины N_i , которое выражается в следующем виде [13, 14]

$$R(N) = [1 - G(N)]^n \approx \exp[-nG(N)]. \quad (11)$$

С учетом (10) в (11) будем иметь

$$R(N) = \exp \left\{ -n(N) \frac{e^{-\lambda l_0} - e^{-\lambda l(N)}}{e^{-\lambda l_0} - e^{-\lambda l_*}} \right\}. \quad (12)$$

Задавая уровень надежности $R = R_*$, из соотношения (12) получим критерий усталостной прочности для системы с последовательным соединением элементов:

$$(\Delta\sigma)^m N^{\beta+1} = \frac{2(\beta+1)}{(2-m)\pi^{m/2} K_1} \left[\left(\frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{1}{A} \right) \right)^{\frac{2-m}{2}} - l_0^{\frac{2-m}{2}} \right], \quad (13)$$

где $A = e^{-\lambda l_0} + \frac{e^{-\lambda l_0} - e^{-\lambda l_*}}{n} \ln R_*$.

Для достижения высокого уровня надежности применяют резервирование, в частности, параллельное соединение k элементов (рис. 4). В этом случае отказ системы происходит лишь при отказе всех k элементов.

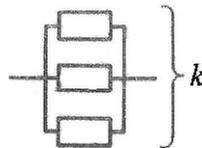


Рис. 4.

Вероятность безотказной работы такой системы выражается в виде [15]

$$R(N) = 1 - \prod_1^k (1 - R_r(N)). \quad (14)$$

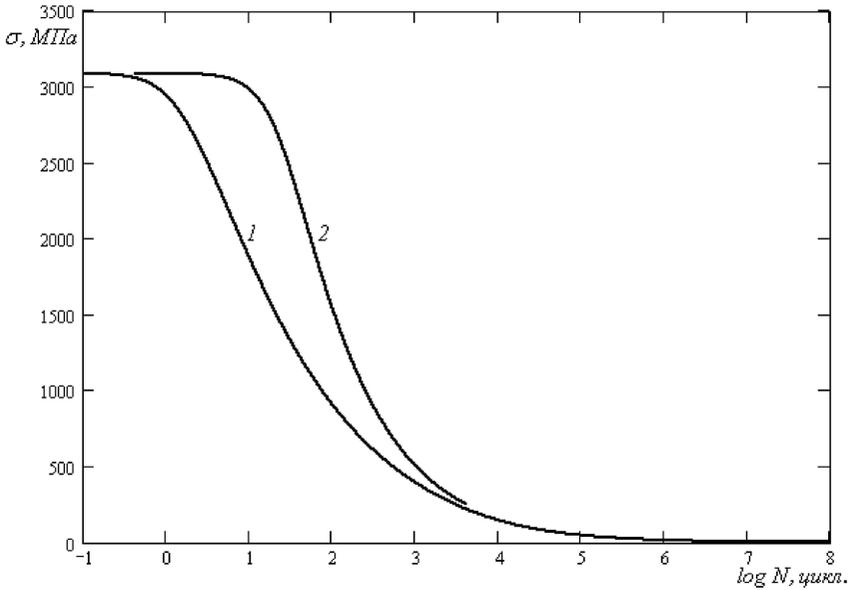


Рис. 5. Кривые коррозионной усталости при $\beta = 1$: 1 — последовательное и 2 — параллельное соединения элементов.

При одинаковых показателях надежности всех элементов $R_r(N) = R_0(N)$ вместо (14) получим

$$R(N) = 1 - [1 - R_0(N)]^k = 1 - (1 - \exp(-G(l)))^k. \quad (15)$$

Задавая уровень надежности $R = R_*$, и учитывая (4), из соотношения (15) получаем критерий усталостной прочности для системы с параллельным соединением элементов в виде

$$(\Delta\sigma)^m N^{\beta+1} = \frac{2(\beta+1)}{(2-m)\pi^{m/2}K_1} \left[\left(\frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{1}{B} \right) \right)^{\frac{2-m}{2}} - l_0^{\frac{2-m}{2}} \right], \quad (16)$$

где $B = e^{-\lambda l_0} + (e^{-\lambda l_0} - e^{-\lambda l_*}) \ln [1 - (1 - R_*)^{1/k}]$.

Теоретические кривые усталости согласно формулам (13), (16) отмечены на рис. 5 соответственно цифрами 1, 2. Данные расчеты показывают, что долговечность сложных систем, построенных по принципу резервирования, значительно выше по сравнению с системой без резервирования.

Как следует из рис. 5 на начальном участке кривой усталости кривые 1 и 2 совпадают. Значительное различие этих кривых наблюдается на среднем (малоцикловом) участке кривых усталости. С переходом в область многоцикловой усталости кривые 1 и 2 сближаются. Такое поведение, по-видимому, вызвано тем, что при длительном воздействии малых напряжений и коррозионной среды последнее является определяющим в процессах усталостного разрушения. Эти эффекты требуют более внимательного рассмотрения, так как они ранее в научной литературе по коррозионной усталости не рассматривались.

При расчетах по формулам (13), (16) приняты следующие величины коэффициентов: $m = 4$, $l_0 = 10^{-3} \cdot [\text{М}]$, $\gamma = 0,15 \cdot [\text{Дж}] \cdot [\text{М}]^{-2}$, $K_1 = 3 \cdot 10^{-15} \cdot [\text{М}]^{-1} \cdot [\text{цикл.}]^{-2} \cdot [\text{МПа}]^{-4}$, $E = 10^5 [\text{МПа}]$, $R_* = 0,8$, $\lambda = 5 \cdot [\text{М}]^{-1}$, $k = 10$, $n = 20$.

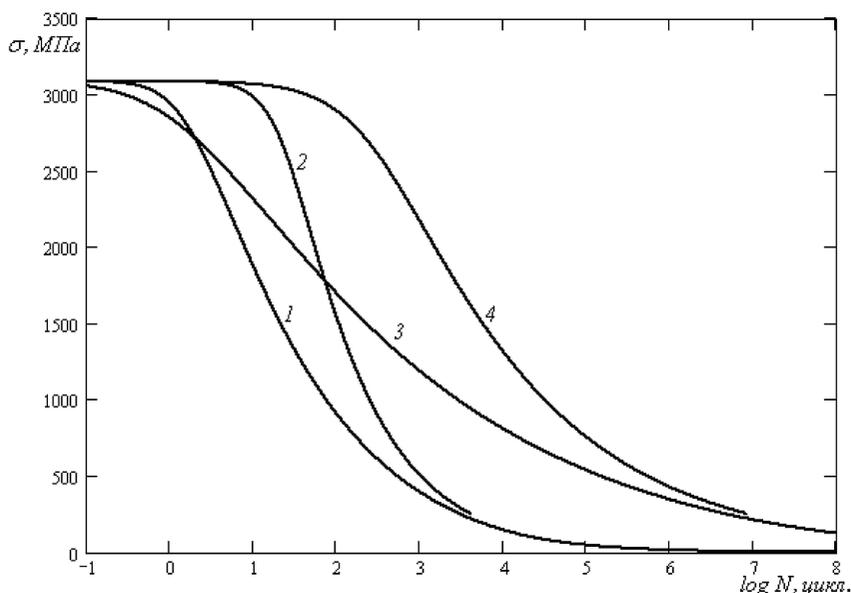


Рис. 6. Кривые усталости с коррозией и без коррозии для различного соединения элементов: 1, 3 — последовательное, 2, 4 — параллельное.

На рис. 6. показаны кривые усталости с коррозией и без коррозии для различного соединения элементов: 1 — последовательное при $\beta = 1$, 2 — параллельное при $\beta = 1$ и 3 — последовательное при $\beta = 0$, 4 — параллельное при $\beta = 0$.

Как видно из рис. 6 долговечность систем в коррозионной среде может снижаться на один-два порядка (согласно кривым 1, 2) по сравнению с долговечностью систем без коррозии (согласно кривым 3, 4).

Литература

1. Филлипс К. Дж. Разрушение стекла // Разрушение. М.: Мир, 1976. Т. 7. Ч. 1. С. 19–58.
2. Кобл Р. Л., Парих Н. М. Разрушение поликристаллической керамики // Разрушение. М.: Мир, 1976. Т. 7. Ч. 1. С. 221–299.
3. Витвицкий П. М., Потина С. Ю. Прочность и критерии хрупкого разрушения стохастически дефектных тел. Киев: Наукова думка, 1980. 187 с.
4. Арутюнян Р. А., Денисова А. А. Кинетика роста коррозионных трещин и критерий усталостного разрушения // Вестн. С.-Петербург. ун-та. 2002. Сер. 1. Вып. 3 (№ 17). С. 60–64.
5. Романов О. Н., Никифорчин Г. Н. Механика коррозионного разрушения конструкционных сплавов. М.: Металлургия, 1986. 294 с.
6. Арутюнян Р. А. О частотной зависимости критерия усталостной прочности // Проблемы прочности. 1985. № 2. С. 63–65.
7. Пэрис П., Эрдоган Ф. Критический анализ законов распространения трещин // Техническая механика. Труды Американского общества инженеров механиков. 1963. Серия D. Т. 85, № 4. С. 60–68.
8. Хенней Н. Химия твердого тела. М.: Мир, 1971.
9. Griffith A. A. The theory of rupture // Proc. First Int. Congr. of Appl. Mech. Delft. 1924. P. 58–63.
10. Арутюнян Р. А. Вероятностная модель разрушения вследствие питтинговой коррозии // Проблемы прочности. 1989. № 12. С. 106–108.
11. Арутюнян Р. А. Об одной вероятностной модели усталостного разрушения сложных систем // Доклады РАН. 1993. Т. 332. № 3. С. 317–318.
12. Арутюнян Р. А. Проблема деформационного старения и длительного разрушения в механике материалов. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2004. 252 с.
13. Болотин В. В. Статистические методы в строительной механике. М.: Стройиздат, 1965. 279 с.

14. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений. М.: Мир, 1965. 450 с.

15. Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.

Статья поступила в редакцию 27 июня 2013 г.

Контактная информация

Арутюнян Александр Робертович — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник; Robert.Arutyunyan@paloma.spbu.ru

Арутюнян Роберт Ашотович — доктор физико-математических наук, профессор; Robert.Arutyunyan@paloma.spbu.ru

GROWTH OF CORROSION CRACKS AND LONG-TERM DURABILITY OF BRITTLE MATERIALS

Aleksandr R. Arutyunyan, Robert A. Arutyunyan

St.Petersburg State University, Universitetskaya nab., 7/9, St.Petersburg, 199034, Russian Federation; Robert.Arutyunyan@paloma.spbu.ru

According to experimental results, the long-term durability of brittle materials is generally defined by the development of corrosion cracks. It is supposed that the growth of corrosion cracks is governed by the kinetic equation corresponding to the reaction of decomposition of solid solution, and the stress intensity factor is responsible for the acceleration of the corrosion processes. Taking Griffith's strength law into account, a fatigue criterion of a specimen with a crack is formulated. The reliability problem of complex mechanical systems composed of a number of elements with the crack type defects is also considered. As the reliability of a system depends on the reliability of individual elements and the way of their connection, the systems with the elements connected parallel and in series are considered. For each system the fatigue corrosion criterion is formulated and the corresponding fatigue curves are constructed. It is shown that the reliability of the system with parallel connected elements is superior to the reliability of a system with elements connected in series. Refs 15. Figs 6.

Keywords: brittle materials, stress intensity coefficient, development of corrosion cracks, Griffith's strength criterion, long-term durability.