

КОЛЕБАНИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ НА РОЛИКАХ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ*

М. В. Забиякин

Санкт-Петербургский государственный университет,
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9

Рассматриваются малые свободные колебания вращающейся замкнутой цилиндрической оболочки конечной длины, находящейся в контакте с жесткими цилиндрическими роликами. Края оболочки либо шарнирно оперты, либо один из краев заделан, а другой свободен. Вторым вариантом граничных условий соответствует условиям закрепления оболочки центробежного концентратора. Используются предположения полубезмоментной теории оболочек. Формы колебаний ищутся в виде рядов Фурье по окружной координате. Для произвольного числа равномерно распределенных роликов в явном виде найдены приближенные значения первых частот колебаний. В случае шарнирного опирания краев оболочки проведено сравнение результатов, полученных по приближенной полубезмоментной теории и классической теории оболочек Кирхгоффа—Лява. Из результатов расчетов следует, что полубезмоментную теорию можно использовать для оценки первой частоты колебаний. Чем тоньше оболочка, тем большее число низших частот можно определить по приближенным формулам. Результаты работы можно использовать при расчете и проектировании центробежных концентраторов, предназначенных для обогащения руд. Библиогр. 7 назв. Ил. 1. Табл. 2.

Ключевые слова: вращающаяся цилиндрическая оболочка, свободные колебания, полубезмоментная теория, краевая задача.

1. Введение. Динамика вращающейся на роликах бесконечной цилиндрической оболочки исследована в работах [1–3]. В работе [1] изучены стационарные и нестационарные движения оболочки. В статьях [2] и [3] найдены частоты колебаний оболочки. Колебания шарнирно опертой цилиндрической оболочки конечной длины, подкрепленной роликами, рассмотрены в работе [4].

В данной работе для вычисления частот колебаний вращающейся на роликах цилиндрической оболочки конечной длины при различных граничных условиях используется полубезмоментная теория.

2. Постановка задачи. В случае малых колебаний цилиндрической оболочки длиной L с нерастяжимым меридианом, вращающейся с постоянной угловой скоростью Ω_r , формулы для кинетической энергии T и потенциальной энергии Π , полученные в работе [2], можно записать в виде

$$T = \frac{Rh\rho}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^L [R^2\Omega_r^2 - 2\Omega_r(v_{,t}w_0 + w_{,t}w_{,\varphi}) + w_{,t}^2 + v_{,t}^2] d\varphi dx, \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^L R(T_1\varepsilon_1 + S\varepsilon_{12} + M_1\kappa_1 + M_2\kappa_2 + 2H\kappa_{12} + \rho h\Omega_r^2\theta^2) d\varphi dx, \quad (2)$$

где

$$T_1 = B\varepsilon_1, \quad S = B\frac{1-\nu}{2}\varepsilon_{12}, \quad \theta = (v - w_{,\varphi})\frac{1}{R},$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-01-00253).

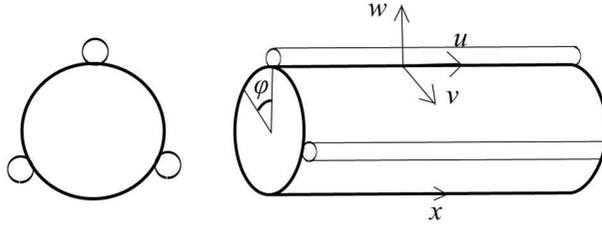


Рис. 1. Оболочка, подкреплённая тремя роликами.

$$M_1 = D(\kappa_1 + \nu\kappa_2), \quad M_2 = D(\kappa_2 + \nu\kappa_1), \quad H = D(1 - \nu)\kappa_{12},$$

$$B = \frac{Eh}{1 - \nu^2}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)},$$

T_1, S — усилия, θ — угол поворота нормали к срединной поверхности, M_1, M_2, H_{12} — моменты, u, v, w — проекции перемещений, ν — коэффициент Пуассона, E — модуль Юнга, R — радиус оболочки, h — ее толщина, x — продольная координата, φ — окружная координата, ρ — плотность оболочки. Последнее слагаемое в выражении для Π появляется благодаря учету растяжения оболочки под действием центробежных сил.

Геометрические соотношения связывают деформации с проекциями перемещений:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \varepsilon_2 &= \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{w}{R} = 0, & \varepsilon_{12} &= \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial x}, \\ \kappa_1 &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, & \kappa_2 &= -\frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi}, & \kappa_{12} &= -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \varphi} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial x}. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим оболочку, подкреплённую n абсолютно жесткими роликами по образующим цилиндра $\varphi = \varphi_j, j = 1, 2, \dots, n$. На рис. 1 изображена оболочка, подкреплённая тремя роликами. Условия контакта оболочки и n роликов имеют вид

$$w(\varphi_j) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

3. Уравнения малых колебаний. Если заданы граничные условия шарнирного опирания $u' = v = w = w'' = 0$ при $x = 0, x = L$, то функции u, v, w можно искать в виде

$$w = \sum_{k=1}^N (a_k \cos k\varphi + b_k \sin k\varphi) \sin \alpha x, \quad (5)$$

$$u = \sum_{k=1}^N (\lambda_k \cos k\varphi + \beta_k \sin k\varphi) \cos \alpha x, \quad (6)$$

$$v = \sum_{k=1}^N \left(-\frac{a_k}{k} \sin k\varphi + \frac{b_k}{k} \cos k\varphi \right) \sin \alpha x, \quad (7)$$

где k — число волн по параллели, $\alpha = \pi m/L$, m — число волн вдоль образующей оболочки.

Используя соотношения полубезмоментной теории [5]

$$w = -\frac{\partial v}{\partial \varphi}, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial \varphi}, \quad (8)$$

получаем

$$\frac{\pi}{L} \sum_{k=1}^N \left(-\frac{a_k}{k} \sin k\varphi + \frac{b_k}{k} \cos k\varphi \right) \cos \alpha x = -\sum_{k=1}^N (-\lambda_k k \sin k\varphi + \beta_k k \cos k\varphi) \cos \alpha x, \quad (9)$$

$$\lambda_k = -\frac{a_k \alpha}{k^2}, \quad \beta_k = -\frac{b_k \alpha}{k^2}. \quad (10)$$

В полубезмоментной теории предполагается, что

$$k \gg 1, \quad \varepsilon_1 \sim \varepsilon_{12}, \quad \kappa_1 \ll \kappa_{12} \ll \kappa_2, \quad T_2 \ll S \ll T_1, \quad u \ll v \ll w. \quad (11)$$

Используя соотношения (11), упрощаем кинетическую и потенциальную энергию:

$$T = \frac{R\rho h}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^L (w_{,t}^2 - 2\Omega_r w_t w_\varphi) d\varphi dx, \quad \Pi = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^L R(T_1 \varepsilon_1 + M_2 \kappa_2 + \rho h \Omega_r^2 \theta^2) d\varphi dx. \quad (12)$$

Выражения для перемещений (5), (6), (7) подставляем в кинетическую и потенциальную энергию:

$$T = \frac{R\rho h}{2} \pi \sum_{k=1}^N \left([\dot{a}_k^2 + \dot{b}_k^2] \frac{L}{2} - 2\Omega_r k [\dot{a}_k b_k - \dot{b}_k a_k] \frac{L}{2} \right),$$

$$\Pi = R^3 B \alpha^2 \frac{L}{2} \pi \sum_{k=1}^N (\lambda_k^2 + \beta_k^2) + \frac{B}{R} \mu^4 \pi \frac{L}{2} \sum_{k=1}^N (a_k^2 k^4 + b_k^2 k^4) + R \frac{1}{2} \rho h \Omega_r^2 \pi \sum_{k=1}^N k^2 (a_k^2 + b_k^2) \frac{L}{2}, \quad (13)$$

где

$$\mu^4 = \frac{h^2}{12R^2}.$$

Для описания колебаний оболочки, вращающейся на n роликах, будем использовать уравнения Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{a}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial a_k} + \frac{\partial \Pi}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^n \Lambda_j \frac{\partial f_j}{\partial a_k}, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{b}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial b_k} + \frac{\partial \Pi}{\partial b_k} = \sum_{j=1}^n \Lambda_j \frac{\partial f_j}{\partial b_k}, \quad (14)$$

где Λ_j — множители Лагранжа, $k = 1, 2, \dots, N$. Условия контакта (4) рассматриваются как уравнения связей:

$$f_j = w(\varphi_j) = \sum_{i=1}^N (a_i \cos k\varphi_j + b_i \sin k\varphi_j) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (15)$$

Подставив в (14) выражения (13) и (15), получим уравнения малых колебаний оболочки:

$$\left[\frac{\rho h \pi L R}{2} \right] \left[\ddot{a}_k + \left(\alpha^4 \frac{2}{k^4} \frac{B R^2}{\rho h} + \mu^4 2 \frac{B}{\rho h R^2} k^4 + \Omega_r^2 k^2 \right) a_k - 2\Omega_r k \dot{b}_k \right] = \sum_{j=1}^n \Lambda_j \cos k\varphi_j,$$

$$\left[\frac{\rho h \pi L R}{2} \right] \left[\ddot{b}_k + \left(\alpha^4 \frac{2}{k^4} \frac{B R^2}{\rho h} + \mu^4 2 \frac{B}{\rho h R^2} k^4 + \Omega_r^2 k^2 \right) b_k + 2\Omega_r k \dot{a}_k \right] = \sum_{j=1}^n \Lambda_j \sin k\varphi_j. \quad (16)$$

4. Формулы для частот колебаний. Введем безразмерные переменные τ , Ω и λ_j по формулам

$$\tau = \Omega_0 t, \quad \Omega = \frac{\Omega_\tau}{\Omega_0}, \quad \lambda_j = \frac{2\Lambda_j}{\rho h \pi L R \Omega_0^2}, \quad \alpha = \pi m l,$$

где

$$\Omega_0^2 = \frac{B\mu^4}{\rho R^2 h}, \quad l = \frac{R}{L},$$

и запишем систему (16) в виде

$$\begin{aligned} \ddot{a}_k + \left[\frac{\alpha^4}{(k\mu)^4} + k^4 + \Omega^2 k^2 \right] a_k - 2\Omega k \dot{b}_k &= \sum_{j=1}^n \lambda_j \cos k\varphi_j, \\ \ddot{b}_k + \left[\frac{\alpha^4}{(k\mu)^4} + k^4 + \Omega^2 k^2 \right] b_k + 2\Omega k \dot{a}_k &= \sum_{j=1}^n \lambda_j \sin k\varphi_j. \end{aligned} \quad (17)$$

Точкой в (17) обозначена производная по τ . Уравнения (17) и (15) представляют собой систему $2N + n$ уравнений с $2N + n$ неизвестными a_k, b_k и λ_j .

Выберем $N = n$ и предположим, что

$$\varphi_k = \frac{2\pi(k-1)}{k}, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

т. е. ролики равномерно расположены по окружности. Тогда подстановка

$$a_k = A_k e^{i\omega\tau}, \quad b_k = B_k e^{i\omega\tau}, \quad \lambda_j = L_j e^{i\omega\tau}, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

в систему (17) дает систему линейных однородных алгебраических уравнений с неизвестными A_k, B_k, L_j :

$$\alpha_k A_k + \beta_k B_k = \sum_j^n c_{jk} L_j, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (18)$$

$$-\beta_k A_k + \alpha_k B_k = \sum_j^n s_{jk} L_j, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (19)$$

$$\sum_k^n (c_{jk} A_k + s_{jk} B_k) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (20)$$

где

$$c_{jk} = \cos \frac{2\pi jk}{n}, \quad s_{jk} = \sin \frac{2\pi jk}{n}, \quad \alpha_k = -\omega^2 + \frac{\alpha^4}{k^4 \mu^4} + k^4 + \Omega k^2, \quad \beta_k = -2i\Omega k \omega.$$

Значения ω , для которых система уравнений (18)–(20) имеет нетривиальное решение, являются частотами колебаний.

Пусть число роликов $n = 2m + 1$, где m — натуральное число. Ввиду того, что

$$\begin{aligned} c_{jk} &= \cos \frac{2\pi jk}{n} = \cos \frac{2\pi j(n-k)}{n} = c_{j, n-k}, & s_{jk} &= \sin \frac{2\pi jk}{n} = -\sin \frac{2\pi j(n-k)}{n} = s_{j, n-k}, \\ k &= 1, 2, \dots, m, & c_{jn} &= 1, \quad s_{jn} = 0, \end{aligned} \quad (21)$$

уравнения (20) принимают вид

$$\sum_{k=1}^N [c_{jk}(A_k + A_p) + s_{jk}(B_k - B_p)] + A_n = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (22)$$

где $p = n - k$. Система (22) представляет собой систему n линейных однородных алгебраических уравнений с n неизвестными $x_k = A_k + A_p$, $x_{m+k} = B_k - B_p$, $k = 1, 2, \dots, m$ и $x_n = A_n$. Если определитель этой системы D_n не равен нулю, то она имеет только тривиальное решение и, следовательно,

$$A_p = -A_k, \quad B_p = B_k, \quad A_n = 0. \quad (23)$$

Вычисления показывают, что определители D_3, D_5 и D_7 отличны от нуля, но доказать, что $D_n \neq 0$ при любом n пока не удалось.

Из k -го уравнения системы (18) вычтем ее p -е уравнение, а k -е уравнение системы (19) сложим с ее p -м уравнением. Добавим к полученным $2m$ уравнениям n -е уравнение системы (19). Принимая во внимание равенства (21) и (23), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} (\alpha_k + \alpha_p)A_k + (\beta_k - \beta_p)B_k &= 0, & (\beta_p - \beta_k)A_k + (\alpha_k + \alpha_p)B_k &= 0, \\ k = 1, 2, \dots, m, & \quad \alpha_n B_n &= 0. \end{aligned} \quad (24)$$

Условие существования нетривиальных решений системы (24) дает уравнения частот

$$(\alpha_k + \alpha_p)^2 + (\beta_k - \beta_p)^2 = 0, \quad \alpha_n = 0,$$

положительные корни которых определяются по формулам

$$\begin{aligned} \omega_{1,2}^{(k)} &= \frac{\sqrt{\Omega^2(p-k)^2 + 2\left(\frac{\alpha^4}{k^4\mu^4} + k^4 + \frac{\alpha^4}{p^4\mu^4} + p^4 + \Omega^2(k^2 + p^2)\right) \pm \Omega(p-k)}}{2}, \\ k = 1, 2, \dots, m, \quad \omega_n &= \sqrt{\frac{\alpha^4(1-\nu^2)}{n^4\mu^4} + n^4 + \Omega^2 n^2}. \end{aligned} \quad (25)$$

Аналогичные преобразования при четном числе роликов $n = 2m$ показывают, что и в этом случае частоты определяются по формулам (19), однако $k = m$ соответствует одна частота

$$\omega_m = \sqrt{\frac{\alpha^4(1-\nu^2)}{m^4\mu^4} + m^4 + \Omega^2 m^2}. \quad (26)$$

Безразмерные частоты ω_j связаны с размерными частотами $\tilde{\omega}_k$ равенствами

$$\omega_j = \frac{\tilde{\omega}_j}{\Omega_0} = \frac{R}{\mu^4} \sqrt{\frac{\rho(1-\nu^2)}{E}} \tilde{\omega}_j. \quad (27)$$

При уменьшении угловой скорости вращения оболочки Ω частоты $\omega_1^{(k)}$ и $\omega_2^{(k)}$ сближаются. Если $\Omega = 0$, то вместо этих двух частот появляется одна кратная частота

$$\omega_k = \sqrt{\frac{\frac{\alpha^4(1-\nu^2)}{k^4\mu^4} + k^4 + \frac{\alpha^4}{p^4\mu^4} + p^4}{2}}. \quad (28)$$

Превращение кратной частоты неподвижной оболочки ω^k в частоты $\omega_1^{(k)}$ и $\omega_2^{(k)}$ вращающейся оболочки называют расщеплением частот [5].

5. Погрешность полубезмоментной теории при определении частот колебаний цилиндрической оболочки при $\Omega = 0$. Проведем сравнение приближенных значений низших частот колебаний подкрепленной роликами шарнирно опертой цилиндрической оболочки с точными значениями, полученными в работе [4] для случая нерастяжимого меридиана. Данное сравнение проводится для определения области параметров, в которой применение полубезмоментной теории дает малую погрешность. Можно рассчитывать на то, что в этой области полубезмоментную теорию можно использовать для приближенного определения частот колебаний оболочки с граничными условиями, при которых задача не имеет точного решения.

Имея в виду приложение полученных результатов к задаче о колебаниях центробежного концентратора [6], рассмотрим оболочку с параметрами $l = 2.5$, $h = 1/15$, $\nu = 0.3$ при $n = 3$ и $n = 6$. В случае $n = 3$ точные значения двух первых частот равны

$$\omega_3 = 11.4, \quad \omega_{1,2} = 20.8.$$

Нижние индексы совпадают с числом волн в окружном направлении для соответствующей формы колебаний. Кратной частоте $\omega_{1,2}$ соответствуют две формы, которые являются линейными комбинациями $\sin \varphi$, $\sin 2\varphi$ и $\cos \varphi$, $\cos 2\varphi$. По формуле

$$\omega_n^2 = \frac{\pi^4(1 - \nu^2)}{(n\mu l)^4} + n^4$$

получаем

$$\omega_3 = 12.8.$$

Относительная погрешность по сравнению с точным значением составляет 12%. Погрешность полубезмоментной теории возрастает с уменьшением числа волн по параллели. Для частоты $\omega_{1,2}$ ошибка приближенной формулы очень велика.

Приведем точные значения первых частот для $n = 6$:

$$\omega_3 = 11.4, \quad \omega_{2,4} = 14.8, \quad \omega_{1,5} = 24.6, \quad \omega_6 = 36.1.$$

Найти приемлемые значения частот $\omega_{2,4}$ и $\omega_{1,5}$ по полубезмоментной теории не удастся, зато «полубезмоментная» частота $\omega_6 = 36.1$ практически совпадает с точным значением этой частоты.

Таким образом, при $l = 2.5$ и относительной толщине оболочки $h = 1/15$ использование полубезмоментной теории позволяет только оценить первую частоту и найти четвертую частоту для случая $n = 6$.

Отметим, что для приложений наибольший интерес представляет определение низших частот. С уменьшением толщины оболочки число волн по параллели, соответствующее низшим частотам, растет, что позволяет рассчитывать на их более точное определение с помощью полубезмоментной теории.

Действительно, для оболочки толщиной $h = 1/100$ низшей частотой является $\omega_6 = 38.7$. По полубезмоментной теории получаем $\omega_6 = 39.1$, и погрешность для первой частоты составляет всего 1%.

С увеличением длины оболочки точность приближенных формул улучшается. Об этом свидетельствуют результаты, приведенные в таблице 1 для случая $l = 5$, $n = 6$.

Таблица 1.

h	решение	ω_3	$\omega_{2,4}$	$\omega_{1,5}$	ω_6
1/15	точное	8.17	10.8	15.9	34.9
	полубезм.	9.28	12.2	22.9	36.0
1/100	точное	15.7	22.9	54.8	35.1
	полубезм.	17.7	27.5	98.4	36.2

В этом случае полубезмоментную теорию можно использовать для оценки значений всех низших частот, за исключением частоты $\omega_{1,5}$.

6. Частоты колебаний оболочки с граничными условиями заделка и свободный край. Граничные условия заделки и свободного края соответствуют закреплению оболочки центробежного концентратора с плавающей постелью, используемого для обогащения руд [6]. Для полубезмоментной теории эти условия приобретают следующий вид:

$$w = w' = 0, \quad x = 0, \quad w'' = w''' = 0, \quad x = l.$$

Решение ищем в виде

$$w(x, \varphi, t) = w(t, \varphi)w(x),$$

где

$$w(x) = AS(\alpha x) + BT(\alpha x) + CU(\alpha x) + DV(\alpha x),$$

$$w(t, \varphi) = \sum_{k=1}^N (a_k \cos k\varphi + b_k \sin k\varphi),$$

S, T, V, U — балочные функции [7], A, B, C, D — произвольные постоянные. Из граничных условий при $x = l$ следует

$$w(x) = CU(\alpha x) + DV(\alpha x), \quad \frac{C}{D} = -\frac{T(\alpha x)}{S(\alpha x)}, \quad (29)$$

где α — корень уравнения $\cos(\alpha l) = \operatorname{ch}^{-1}(\alpha l)$. Методом, изложенным в п. 3 и 4, получаем следующее уравнение частот:

$$(\alpha_k + \alpha_p)^2 + (\beta_k - \beta_p)^2 = 0, \quad \alpha_n = 0,$$

положительные корни которых определяются по формулам

$$\omega_{1,2}^{(k)} = \frac{\sqrt{\frac{1}{4}\Omega^2(p-k)^2 + 2\left(\frac{\alpha^4}{k^4\mu^4} + k^4 + \frac{\alpha^4}{p^4\mu^4} + p^4 + \Omega^2(k^2 + p^2)\right)} \pm \Omega(p-k)}{2}, \quad (30)$$

$$k = 1, 2, \dots, m, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{\alpha^4(1-\nu^2)}{n^4\mu^4} + n^4 + \Omega^2 n^2}.$$

Аналогичные преобразования при четном числе роликов $n = 2m$ показывают, что и в этом случае частоты определяются по формулам (19), однако случаю $k = m$ соответствует одна частота:

$$\omega_m = \sqrt{\frac{\alpha^4(1-\nu^2)}{m^4\mu^4} + m^4 + \Omega^2 m^2}. \quad (31)$$

Таблица 2.

h	решение	ω_3	$\omega_{2,4}$	$\omega_{1,5}$	ω_6
1/15	полубезм.	9.16	11.614	18.58	36.5
1/100	полубезм.	10.4	16.18	36	36.5

Если $\Omega = 0$, то вместо частот $\omega_1^{(k)}$ и $\omega_2^{(k)}$ появляется одна кратная частота:

$$\omega_k = \sqrt{\frac{\frac{\alpha^4(1-\nu^2)}{k^4\mu^4} + k^4 + \frac{\alpha^4}{p^4\mu^4} + p^4}{2}}. \quad (32)$$

В таблице 2 приведены значения частот колебаний для случая $n = 6, l = 5, \Omega = 1, \nu = 0.49$.

Заключение. Полубезмоментная теория дает хорошие результаты для определенного числа низших частот. С уменьшением толщины оболочки точность полубезмоментной теории повышается.

Литература

1. Товстик П. Е., Филиппов С. Б., Шмойлова Е. А. Нелинейная деформация вращающейся на роликах вязко-упругой бесконечной цилиндрической оболочки // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2005. Вып. 4. С. 98–109.
2. Филиппов С. Б. Частоты и формы колебаний вращающейся на роликах бесконечной цилиндрической оболочки // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2006. Вып. 2. С. 138–145.
3. Боярская М. Л., Филиппов С. Б. Малые свободные колебания вращающейся на роликах бесконечной цилиндрической оболочки // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 1. С. 21–26.
4. Боярская М. Л. Частоты и формы колебаний вращающейся на роликах цилиндрической оболочки // Труды Семинара «Компьютерные методы в механике сплошной среды», 2010–2011. С. 71–80.
5. Товстик П. Е., Бауэр С. М., Смирнов А. Л., Филиппов С. Б. Асимптотические методы в механике тонкостенных конструкций // СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 1995. 188 с.
6. Филиппин А. П. Элементы теории оболочек. Л.: Стройиздат, 1975. 256 с.
7. Краснов А. А. Динамика центробежного обогатительного конуса с принудительно деформируемой эластичной стенкой // Обогащение руд. 2001. № 3. С. 34–38.
7. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1980. 408 с.

Статья поступила в редакцию 24 октября 2013 г.

Сведения об авторах

Забиякин Макар Владимирович — аспирант; zabiyakin.makar@gmail.com

VIBRATIONS OF CYLINDRICAL SHELL ROTATING ON ROLLERS

Makar V. Zabiyakin

St.Petersburg State University, Universitetskaya nab., 7/9, St.Petersburg, 199034, Russian Federation; zabiyakin.makar@gmail.com

Small free vibrations of a rotating closed cylindrical shell of the finite length which is in a contact with rigid cylindrical rollers are considered. Shell edges are or free supported or one of edges is clamped, and another is free. The second case corresponds to conditions of fastening the shell of the centrifugal concentrator. Assumptions of semimomentless shell theory are used. Vibrations modes in the circumferential direction are represented as Fourier series. For any number of uniform distributed rollers the approximate values of the first frequencies are found in explicit form. In case of free supported shell comparison of results obtained by means of approximate semimomentless theory and the classical Kirchhoff–Love theory is performed. From results of calculations follows, that the semimomentless theory can be used for an estimation of the fundamental frequency. The shell is more thin, the the greater number of the lowest frequencies can be defined under the approximate formulas. Results of the paper can be used at calculation and designing of the centrifugal concentrators intended for the enrichment of ores. Refs 7. Figs 1. Tables 2.

Keywords: rotating cylindrical shell, free vibrations, semimomentless theory of shell, eigenvalue problem.