УДК 533.932.12:537.533.3 Вестник СПбГУ. Сер. 1. Т. 1 (59). 2014. Вып. 3

К ВОПРОСУ О ФОРМУЛИРОВКЕ УРАВНЕНИЯ ПОПЕРЕЧНОЙ ДИНАМИКИ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ В РЕЖИМЕ ИОННОЙ ФОКУСИРОВКИ

Е. К. Колесников, А. С. Мануйлов

Санкт-Петербургский государственный университет,
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7-9

В рамках линейной теории получено уравнение динамики центроида релятивистского электронного пучка в случае развития ионной шланговой неустойчивости при наличии ионного плазменного канала в разреженной газоплазменной среде (режим ионной фокусировки). Сформулировано уравнение поперечной динамики центроида пучка в случае, когда электронная компонента фоновой плазмы не полностью вытеснена из области, занятой электронным пучком. В полученном уравнении определены стабилизирующие и дестабилизирующие члены, а также выявлены определяющие их физические факторы. Библиогр. 12 назв.

Ключевые слова: релятивистский электронный пучок, ионная шланговая неустойчивость, ионный плазменный канал, режим ионной фокусировки.

Введение. В последние три десятилетия изучение динамики крупномасштабных неустойчивостей релятивистских электронных пучков (РЭП) в плотных и разреженных газоплазменных средах привлекает внимание отечественных и зарубежных исследователей [1–12]. Было замечено, что уравнения динамики резистивной шланговой неустойчивости (РШН) РЭП в омической плазме и ионной шланговой неустойчивости (ИШН) электронных пучков в режиме ионной фокусировки (ИФ) имеют относительно похожую математическую структуру, хотя физические причины возбуждения указанных неустойчивостей весьма разные. В частности, причина генерации РШН заключена во взаимодействии невозмущенного тока пучка с возмущенным электромагнитным полем, вызванным вихревыми токами, которые возбуждаются в омической плазме при поперечном смещении РЭП. С другой стороны, нарастание ИШН определяется в основном инерционным механическим отставанием поперечного движения канала положительных ионов относительно соответствующих смещений РЭП.

В настоящей работе сформулировано уравнение поперечной динамики РЭП, которое обобщает известное уравнение линейной стадии развития ИШН [4, 8, 9, 11] на случай неполного вытеснения электронной компоненты фоновой плазмы из области, занятой пучком.

Постановка и решение задачи. Рассмотрим азимутально-симметричный параксиальный РЭП, распространяющийся вдоль ионного цилиндрического канала в режиме ИФ.

Рассмотрим уравнение движения одиночного электрона пучка в плоскости, поперечной к оси z цилиндрической системы координат (r, θ, z) (ось z совпадает с начальной осью симметрии омического плазменного канала или ионного канала). Тогда имеем

$$\frac{d\,\mathbf{p}_\perp}{d\,t} = e\left(\mathbf{E}_\perp + \beta\,\mathbf{i}_z \times \mathbf{B}_\perp + \frac{\mathbf{v}_\perp}{c} \times \mathbf{i}_z\,B_z\right), \tag{1}$$

где $\mathbf{p}_\perp$ — поперечная относительно оси z компонента вектора импульса электрона пучка, t — время, e — заряд электрона, $\mathbf{E}_\perp$ — поперечная компонента вектора коллективного электрического поля, $\beta = v_z/c$ — отношение продольной компоненты скорости электрона пучка к скорости света c, $\mathbf{v}_\perp$ — поперечная компонента скорости электрона пучка, $\mathbf{i_z}$ — орт оси z, $\mathbf{B}_\perp$ — поперечная компонента вектора магнитного поля, B_z — продольная компонента индукции магнитного поля.

Будем предполагать, что внешнее магнитное поле отсутствует. Тогда в силу параксиальности пучка можно пренебречь продольной компонентой магнитного поля B_z, поскольку в этой ситуации $B_z \ll B_\perp$.

Нетрудно заметить, что

$$\mathbf{E}_\perp = -\nabla_\perp \left(\Phi^*\right), \tag{2}$$

$$\Phi^* = \Phi^{(i)} + \Phi^{(e)} + \Phi^{(b)}, \tag{3}$$

где $\Phi^{(e)}$, $\Phi^{(i)}$ и $\Phi^{(b)}$ — электростатические потенциалы поля, созданного соответственно электронной и ионной компонентами фоновой плазмы и самим РЭП,

$$\beta\, \mathbf{i}_z \times \mathbf{B}_\perp = -\nabla_\perp \Psi_0, \tag{4}$$

где

$$\Psi_0 = -\beta\, A_z^{(b)}; \tag{5}$$

здесь $A_z^{(b)}$ — продольная компонента векторного потенциала электромагнитного поля пучка.

Можно показать, что

$$-\nabla_\perp \Phi^{(b)} + \nabla_\perp \Psi_0 = -\nabla_\perp \Phi^{(b)} - \nabla_\perp \beta\, A_z^{(b)} = -\nabla_\perp \left(\beta\, \mu_0\, A_z^{(b)}\right), \tag{6}$$

где $\mu_0 = -1/\left(\beta^2\, \gamma^2\right)$; γ — лоренц-фактор электронов пучка.

Пренебрегая этим слагаемым в случае сильнорелятивистского РЭП, из (1) получим

$$\frac{d\,\mathbf{p}_\perp}{d\,t} = -\,e\,\nabla_\perp \Psi_1, \tag{7}$$

где

$$\Psi_1 = \Phi^{(i)} + \Phi^{(e)}, \tag{8}$$

откуда при переходе от пары независимых переменных $(t,\, z)$ к паре $(\tau,\, z)$ (здесь $\tau = t - z/(\beta\, c)$ — сдвинутое время) находим

$$\frac{\partial^2\, \mathbf{r}_\perp}{\partial\, z^2} = -\frac{c}{I_A\, \beta}\, \nabla_\perp \Psi_1, \tag{9}$$

где $I_A = \beta\, \gamma\, m\, c^3/\, |e|$ — предельный ток Альфвена, m — масса электрона.

Рассмотрим частный случай $\mathbf{r}_\perp = x\, \mathbf{i}_x$:

$$\frac{\partial^2\, x}{\partial\, z^2} = -\frac{c}{I_A\, \beta}\, \frac{\partial}{\partial\, x} \Psi_1. \tag{10}$$

Усредняя уравнение (10) по плотности тока смещенного в поперечной плоскости пучка, получим

$$\frac{\partial^2\, Y}{\partial\, z^2} = -\frac{c}{I_b^2\, \beta} \left(\frac{I_b}{I_A}\right) \int d\,\mathbf{r}_\perp\, J_{bz}\left(\mathbf{r}_\perp,\, z, \tau\right) \frac{\partial}{\partial\, x}\, \Psi_1, \tag{11}$$

где $Y(z,\tau)$ — амплитуда поперечного смещения сегмента пучка со временем инжекции τ, I_b — полный ток пучка. Заметим, что уравнение (11) некоторым образом напоминает известное уравнение динамики РШН РЭП [5, 6].

Ограничимся случаем линейной стадии развития ИШН РЭП. В этой ситуации можно записать

$$\Psi_1 = \Psi_{10} + \delta\,\Psi_1, \tag{12}$$

где Ψ_{10} — равновесное значение величины Ψ_1, $\delta\,\Psi_1$ — возмущение соответствующей величины. Для возмущения на линейной стадии развития изучаемых неустойчивостей выполнено условие

$$\delta\,\Psi_1 \ll \Psi_{10}. \tag{13}$$

Кроме того, при развитии крупномасштабных неустойчивостей с азимутальным числом $\tilde{m} = 1$ (к которым относится ИШН) возмущения можно представить в следующем виде [5, 6]:

$$\delta\,\Psi_1 = \Psi_1^{(1)} \exp(i\,\theta), \tag{14}$$

где $\Psi_1^{(1)}$ — амплитуда соответствующего возмущения, θ — азимутальный угол, i — мнимая единица.

Тогда с учетом (11)–(12) на линейной стадии развития рассматриваемой неустойчивости имеем

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = -\,\frac{c}{I_b^2}\,\left(\frac{I_b}{I_A}\right)\,\frac{1}{\beta}\,\left[P_1 + P_2\right], \tag{15}$$

где

$$P_1 \equiv \int d\,\mathbf{r}_\perp\,\delta\,J_{bz}\,\frac{\partial\,\Psi_{10}}{\partial\,x}, \tag{16}$$

$$P_2 \equiv \int d\,\mathbf{r}_\perp\,J_{bz0}\,\frac{\partial\,\delta\,\Psi_1}{\partial\,x}; \tag{17}$$

здесь $\delta\,J_{bz}$ — возмущение z-компоненты вектора плотности тока пучка, J_{bz0} — равновесное значение указанной плотности тока.

Далее с учетом (14) имеем

$$P_1 = \int_0^\infty d\,r\,r\,\int_0^{2\pi} d\,\theta\,J_{bz1}\,\exp\,(i\,\theta)\,\cos\,\theta\,\frac{\partial\,\Psi_{10}}{\partial\,r}, \tag{18}$$

откуда следует

$$P_1 = \pi\,\int_0^\infty d\,r\,r\,J_{bz1}\,\frac{\partial}{\partial\,r}\,\Psi_{10}. \tag{19}$$

Из (14) и (17) имеем

$$P_2 = \int_0^\infty d\,r\,r\,\int_0^{2\pi} d\,\theta\,J_{bz0}\,\frac{\partial\,\delta\,\Psi_1}{\partial\,r} = \int_0^\infty d\,r\,r\,J_{bz0}\,\times$$
$$\times \int_0^{2\pi} d\,\theta\,\left(\cos\,\theta + i\,\sin\,\theta\right)\left\{\cos\,\theta\,\frac{\partial}{\partial\,r}\,\Psi_1^{(1)} - \frac{\sin\,\theta}{r}\,i\,\Psi_1^{(1)}\right\}. \tag{20}$$

После интегрирования по θ находим

$$P_2 = \pi\int_0^\infty d\,r\,r\,\frac{J_{bz0}}{r}\,\frac{\partial}{\partial\,r}\,\left[r\,\Psi_1^{(1)}\right]. \tag{21}$$

Подставляя (19) и (21) в (15), получим

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = -\frac{c\,\pi}{I_b^2}\,\left(\frac{I_b}{I_A}\right)\,\frac{1}{\beta}\int_0^\infty d\,r\,r\,\left\{\,J_{bz1}\frac{\partial^2\,\Psi_{10}}{\partial\,r^2}\,+\frac{J_{bz0}}{r}\,\frac{\partial}{\partial\,r}\,\left(r\,\Psi_1^{(1)}\right)\right\}. \qquad (22)$$

С учетом (3) и (5) уравнение (22) можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = G_0 + G_1 + G_3, \qquad (23)$$

где

$$G_0 = -\,\frac{c\,\pi}{I_b^2}\,\left(\frac{I_b}{I_A}\right)\,\frac{1}{\beta}\,\int_0^\infty d\,r\,r\,\frac{J_{bz0}}{r}\frac{\partial}{\partial\,r}\left(r\,\Phi_1^{(i)}\right), \qquad (24)$$

$$G_1 = -\frac{c\,\pi}{I_b^2}\,\left(\frac{I_b}{I_A}\right)\,\frac{1}{\beta}\,\int_0^\infty d\,r\,r\,J_{bz1}\,\frac{\partial}{\partial\,r}\left(\Phi_0^{(i)}\right), \qquad (25)$$

$$G_3 = -\frac{c\,\pi}{I_b^2}\,\left(\frac{I_b}{I_A}\right)\,\frac{1}{\beta}\int_0^\infty d\,r\,r\,\left\{J_{bz1}\,\frac{\partial}{\partial\,r}\left(\Phi_0^{(e)}\right)\right\} + \frac{J_{bz0}}{r}\frac{\partial}{\partial\,r}\,\left[r\quad\Phi_1^{(e)}\right]\Big\}. \qquad (26)$$

Здесь

$$\Psi_{10} = \Phi_0^{(i)} + \Phi_0^{(e)}, \quad \Psi_1^{(1)} = \Phi_1^{(i)} + \Phi_1^{(e)}, \qquad (27)$$

$$\Phi^{(i)}\,(r,\,\theta) = \Phi_0^{(i)}\,(r) + \Phi_1^{(i)}\,(r)\;\exp\left(i\,\theta\right), \qquad (28)$$

$$\Phi^{(e)}\,(r,\,\theta) = \Phi_0^{(e)}\,(r) + \Phi_1^{(e)}\,(r)\;\exp\left(i\,\theta\right). \qquad (29)$$

Используя модель «жесткого пучка» на линейной стадии развития РШН, имеем [5, 8]

$$J_{bz1} = -Y\,\frac{\partial\,J_{bz0}}{\partial\,r}, \quad \Phi_1^{(i)} = -D^{(i)}\,\frac{\partial\,\Phi_0^{(i)}}{\partial\,r}, \quad \Phi_1^{(e)} = -D^{(e)}\,\frac{\partial\,\Phi_0^{(e)}}{\partial\,r}, \qquad (30)$$

где Y — амплитуда отклонения оси симметрии РЭП, $D^{(i)}$, $D^{(e)}$ — амплитуды отклонения центров масс ионного канала и электронной компоненты фоновой плазмы соответственно. Электрические потенциалы $\Phi_0^{(i)}$, $\Phi_0^{(e)}$ определяются из уравнений Пуассона:

$$\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial\,r}\,\left(r\,\frac{\partial\,\Phi_0^{(i)}}{\partial\,r}\right) = 4\,\pi\,|e|\,n_0^{(i)}\,(r)\,, \qquad (31)$$

$$\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial\,r}\,\left(r\,\frac{\partial\,\Phi_0^{(e)}}{\partial\,r}\right)\;=\;-4\,\pi\,|e|\,n_0^{(e)}\,(r)\,, \qquad (32)$$

где $n_0^{(i)}\,(r)$ и $n_0^{(e)}\,(r)$ — радиальные профили равновесных объемных концентраций ионов и электронов фоновой плазмы.

Тогда с учетом (30)–(32) после ряда преобразований из (24)–(26) получим

$$G_0 = \,k_{si}^2\,\frac{D^{(i)}}{\beta}, \;\; G_1 = -\,k_{si}^2\,\frac{Y}{\beta}, \;\; G_3 = \,k_{se}^2\,\frac{Y}{\beta} - k_{se}^2\,\frac{D^{(e)}}{\beta}, \qquad (33)$$

где

$$k_s^2 = 4\,\pi^2\,\frac{I_b}{I_A}\,\int_0^\infty d\,r\,r\,\left(\frac{J_{bz0}\,(r)}{I_b}\right)^2, \qquad (34)$$

$$k_{si}^2 = 4\,\pi^2\,\frac{I_b}{I_A}\int_0^\infty d\,r\,r\;\;\frac{J_{bz0}\,(r)\;\;J_{0i}^{(*)}\,(r)}{I_b^2}, \tag{35}$$

$$k_{se}^2 = 4\,\pi^2\,\frac{I_b}{I_A}\int_0^\infty d\,r\,r\;\;\frac{J_{bz0}\,(r)\;\;J_{0e}^{(*)}\,(r)}{I_b^2}; \tag{36}$$

здесь

$$J_{0i}^{(*)} = c\,n_0^{(i)}\;|e|\,,\;\;J_{0e}^{(*)} = c\,n_0^{(e)}\;|e|\,. \tag{37}$$

Из формул (23) и (33) следует, что в ситуации режима ИФ причиной развития ИШН является возмущение электрического поля, созданного ионным каналом (слагаемое G_0 в правой части (23), которое может быть представлено в виде, указанном в (33)), а также влияние невозмущенного электрического поля электронной компоненты фоновой плазмы (первое слагаемое в G_3 из (33)). Стабилизирующую роль играет невозмущенное электрическое поле ионного канала (слагаемое G_1 в (23) и (33)), а также возмущенное поле электронов плазменного канала (вычитаемое в G_3 в (33)).

Заключение. В настоящей работе сформулировано уравнение, которое описывает динамику ионной шланговой неустойчивости релятивистского электронного пучка на линейной стадии, когда электронная компонента фоновой плазмы еще не полностью удалена из области, занятой пучком. Отмечены стабилизирующие и дестабилизирующие слагаемые в указанных уравнениях и физические причины их определяющие.

Литература

1. *Рухадзе А. А., Богданкевич Л. С., Росинский С. Е., Рухлин В. Г.* Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М., 1980. 167 с.

2. *Диденко А. Н., Григорьев В. П., Усов Ю. П.* Мощные электронные пучки и их применение. М., 1977. 277 с.

3. *Миллер Р.* Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц. М., 1984. 432 с.

4. *Колесников Е. К., Мануйлов А. С., Филиппов Б. В.* Динамика пучков заряженных частиц в газоплазменных средах. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2002. 100 с.

5. *Lee E. P.* Resistive hose instability of a beam with Bennett profile // Phys. Fluids. 1978. Vol. 21, N 8. P. 1327–1343.

6. *Uhm H. S., Lampe M.* Theory of resistive hose instability in relativistic electron beam // Phys. Fluids. 1980. Vol. 23. № 8. P. 1574–1585.

7. *Надеждин Е. Р., Сорокин Г. А.* Резистивная шланговая неустойчивость беннетовского пучка // Физика плазмы. 1983. Т. 9, № 5. С. 989–991.

8. *Buchanan H. L.* Electron beam propagation in the ion-focused regime // Phys. Fluids. 1987. Vol. 30, № 1. P. 221–231.

9. *Владыко В. Б., Рудяк Ю. В.* Исследование ионной шланговой неустойчивости электронного пучка на модели распределенных масс // Физика плазмы. 1991. Т. 17, № 5. С. 623–628.

10. *Колесников Е. К., Мануйлов А. С.* К вопросу о влиянии радиального профиля обратного плазменного тока и эффекта фазового перемешивания на развитие резистивной шланговой неустойчивости релятивистского электронного пучка // Журнал технической физики. 1990. Т. 60, № 3. С. 40–44.

11. *Колесников Е. К., Мануйлов А. С.* Стабилизирующие факторы при развитии шланговой неустойчивости релятивистского электронного пучка в режиме ионной фокусировки // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37, № 4. С. 694–699.

12. *Kolesnikov E. K., Manuilov A. S.* Effect of the current rise rate in a relativistic electron beam pulse propagating in the ion focused regime on the dynamics of ion hose instability // Technical Physics. 2013. Vol. 58, N 9. P. 1380–1382.

Статья поступила в редакцию 27 марта 2014 г.

Сведения об авторах

Колесников Евгений Константинович — доктор физико-математических наук, профессор; kolesnikov_evg@mail.ru

Мануйлов Александр Сергеевич — кандидат физико-математических наук, доцент; man06@mail.ru

ON A FORMULATION OF THE EQUATION FOR THE TRANSVERSE DYNAMICS OF A RELATIVISTIC ELECTRON BEAM PROPAGATING IN THE ION FOCUSED REGIME

Evgeniy K. Kolesnikov, Alexander S. Manuilov

St.Petersburg State University, Universitetskaya nab., 7-9, St.Petersburg, 199034, Russian Federation; kolesnikov_evg@mail.ru, man06@mail.ru

A formulation of the equation for the relativistic electron beam centroid dynamics in the case of a ion hose instability for the situation of the beam propagating in the ion plasma channel in gas — plasma rarefied background (ion focused regime) is derived. It is assumed that this instability are investigated in the linear stage only. It is assumed that the electron plasma fraction not fully removed from a beam's volume. For this case in the derived equation the stabilizing and destabilizing terms are formulated. Moreover, the physics factors that determine this terms are defined. Refs 12.

Keywords: relativistic electron beam, ion hose instability, ion plasma channel, ion focused regime.

ХРОНИКА

8 октября 2014 г. на заседании секции теоретической механики им. проф. Н. Н. Поляхова в Санкт-Петербургском Доме Ученых РАН выступили кандидат физ.-мат. наук, доцент А. С. Кулешов и аспирант Г. А. Черняков (МГУ им. М. В. Ломоносова) с докладом на тему «О качении параболоида вращения по абсолютно шероховатой горизонтальной плоскости».

Краткое содержание доклада:

Рассматривается задача о качении динамически симметричного параболоида вращения по неподвижной абсолютно шероховатой плоскости. Указаны в явном виде два дополнительных к интегралу энергии первых интеграла задачи, линейные относительно обобщенных скоростей. Показано, что следом точки касания на поверхности параболоида будет кривая, состоящая из периодически повторяющихся волн и прикасающаяся поочередно к двум параллелям параболоида. След точки касания на неподвижной плоскости образует кривую такого же характера, заключенную между двумя концентрическими окружностями, к которым эта точка поочередно прикасается при движении параболоида.