

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТРАНСЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ КРЫЛА J-78 С КРУТКОЙ\*

*А. Н. Рябинин*

Санкт-Петербургский государственный университет,  
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7-9

Изучается пространственное обтекание сегмента несимметричного крыла J-78 с круткой. Концы сегмента обтекаются при разных углах атаки, причем для одного из концов плоское обтекание профиля характеризуется двумя сверхзвуковыми зонами, примыкающими к верхней части, для другого конца — одной зоной. Решение осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье—Стокса проводится с помощью пакета Ansys CFX-13 методом конечных объемов. Использовалась трехмерная расчетная сетка, имеющая вблизи крыла вытянутые вдоль крыла элементы. Изучались особенности течения в диапазоне средних углов атаки, соответствующих слиянию и расщеплению сверхзвуковых зон над верхней поверхностью крыла. При малых углах крутки и небольшом удлинении сегмента крыла нет одновременного существования на верхней поверхности крыла одной и двух зон. Слияние зон при увеличении среднего угла атаки или расщепление при уменьшении угла атаки происходит по всей длине сегмента, несмотря на то, что локальные углы атаки на концах сегмента соответствуют разным режимам обтекания, установленным для плоских течений. Слияние и расщепление зон сопровождается скачкообразным изменением подъемной силы. Увеличение удлинения сегмента крыла и (или) увеличение угла крутки приводит к появлению переходной области средних углов атаки, в которой существуют режимы с совместным существованием одной и двух сверхзвуковых зон. В этой области изменение подъемной силы происходит непрерывно. Библиогр. 15 назв. Ил. 11.

*Ключевые слова:* численное исследование, трансзвуковое обтекание, крыловой профиль, сверхзвуковая зона, коэффициент подъемной силы.

**Введение.** Численные исследования показали, что трансзвуковое течение около аэродинамического профиля с участками малой кривизны в некотором диапазоне углов атаки и чисел Маха чувствительно к изменениям параметров набегающего потока [1]. Чувствительность обусловлена взаимодействием местных сверхзвуковых областей, примыкающих к профилю. На участке малой кривизны формируются две сверхзвуковые области. Увеличение числа Маха или возрастание угла атаки приводит к росту размеров сверхзвуковых областей и их сближению. В момент слияния двух областей скачком изменяется распределение давления и подъемная сила, действующая на профиль. Подробно явление было изучено для плоских течений. Оно имеет место как для ряда симметричных аэродинамических профилей [1, 2], так и для несимметричного профиля J-78, у которого верхняя граница имеет в средней части малую кривизну [1, 3]. Неустойчивость сверхзвуковых областей изучалась для несимметричных профилей Drela Apex 16 и Boeing 737 Outboard, на нижних контурах которых около носика находятся близкие к плоским участки [4–7]. В работах [5–7] исследовалось течение около профиля Witcomb с элероном, а в работе [8] — профиля DSMA532b с элероном. Отклонение элерона приводит к уплощению профиля в окрестности соединения профиль—элерон или даже к образованию вогнутости.

В трехмерном случае этот тип неустойчивости изучен слабо. Обтекание реального крыла не является плоским. Профиль крыла изменяется вдоль его размаха. Как правило, крыльям присуще наличие так называемой крутки. В корневой части крыла угол атаки больше, чем в концевой части. В настоящей работе изучается простран-

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-08-00288). Исследования были проведены с использованием вычислительных ресурсов Ресурсного Центра «Вычислительный центр СПбГУ» (<http://cc.spbu.ru>).

ственное обтекание сегмента несимметричного крыла J-78 с круткой. Концы сегмента обтекаются при разных углах атаки, причем для одного из концов плоское обтекание профиля характеризуется двумя сверхзвуковыми зонами, примыкающими к верхней части, для другого конца — одной зоной.

**Расчет двумерного обтекания профиля J-78.** На первом этапе рассчитывалось плоское обтекание профиля J-78. История численных исследований этого профиля подробно изложена в [1]. Многими авторами производился расчет обтекания этого профиля как в невязком приближении (уравнения Эйлера), так и с учетом вязкости (уравнения Навье—Стокса, осредненные по Рейнольдсу). В настоящей работе приводятся результаты исследований для тех условий, в которых выполнялись пространственные расчеты. Плоская гибридная сетка построена с помощью пакета Gmsh [9]. Программа, написанная на языке Паскаль, преобразовывала ее в трехмерную сетку толщиной один элемент в поперечном направлении в формате TGrid/Fluent [10], пригодную для расчета в пакете Ansys CFX [11].

Расчетная область образована двумя дугами окружности  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ . Центр крылового профиля расположен в центре расчетной области (рис. 1). Длина (вдоль оси  $x$ ) и высота расчетной области (вдоль оси  $y$ ) равны 80 и 200 хордам профиля соответственно. На входной границе  $\Gamma_1$  задается направление (угол атаки  $\alpha$ ), температура  $T_\infty$  и число Маха  $M_\infty$  набегающего потока. Сетка сгущалась в области пограничных слоев. Общее число элементов расчетной сетки равно 33664. На выходной границе задается статическое давление  $p_\infty$ . Условия прилипания и отсутствия потока тепла задаются на поверхности крылового профиля. Удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении принимается равной  $c_p = 1004,4$  Дж/(кг К). Молярная масса  $M = 28,96$  кг/кмоль, вязкость воздуха в зависимости от температуры определяется по формуле Сазерленда. Степень турбулентности в свободном потоке равна 1%.

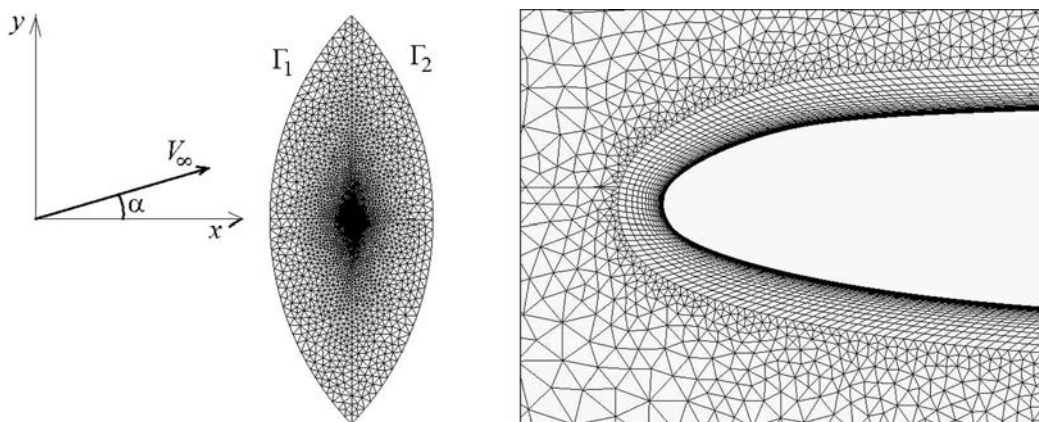


Рис. 1. Сетка для расчета плоского обтекания профиля с обозначением осей. Справа — фрагмент сетки у передней кромки профиля.

Решение осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье—Стокса проводилось с помощью пакета Ansys CFX-13 [11] методом конечных объемов, основанным на схеме высокого разрешения [12]. Неявная второго порядка точности обратная схема Эйлера использована для решения по временным шагам. Безразмерная толщина первого слоя сетки  $y^+$  была порядка 1. Использовалась стандартная модель турбулентности  $k - \omega$  SST[13].

На рис. 2 приведена зависимость коэффициента подъемной силы от угла атаки при числе Маха набегающего потока  $M_\infty = 0,84$  и температуре  $T_\infty = 223,15$  К. Таким образом, параметры набегающего потока соответствуют параметрам стандартной атмосферы на высоте 10 км, а число Рейнольдса  $Re = 7,1 \cdot 10^6$ . Нижняя ветвь зависимости соответствует двум сверхзвуковым зонам, примыкающим к верхней поверхности профиля, верхняя ветвь — одной зоне. Примеры расположения сверхзвуковых зон для двух углов атаки  $-0,9^\circ$  и  $-0,7^\circ$  показаны на рис. 3.

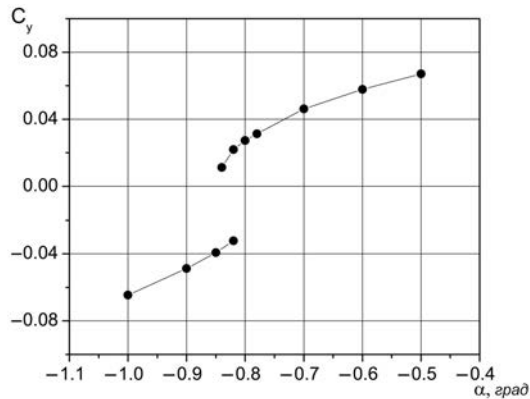


Рис. 2. Зависимость коэффициента подъемной силы от угла атаки профиля J-78.

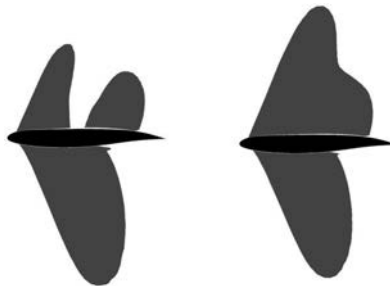


Рис. 3. Примеры расположения двух и одной сверхзвуковых зон у верхней поверхности профиля. Слева угол атаки  $\alpha = -0,9^\circ$ , справа  $\alpha = -0,7^\circ$ .

Разрыв между двумя ветвями соответствует слиянию (расщеплению) сверхзвуковых зон. Существует небольшой диапазон углов атаки, в котором реализуются обе картины обтекания. Численно любой из двух режим обтекания в этом узком диапазоне можно получить, если в качестве начального условия задать результат расчета при угле атаки, не входящем в этот диапазон.

Увеличение угла атаки профиля при  $\alpha = -0,82^\circ$  приводит к слиянию двух сверхзвуковых зон и скачкообразному увеличению подъемной силы. Дальнейшее уменьшение угла атаки при  $\alpha = -0,84^\circ$  имеет следствием расщепление сверхзвуковой зоны на две и резкому уменьшению подъемной силы.

**Построение пространственной расчетной сетки с вытянутыми элементарными ячейками.** При численном моделировании пространственных потоков га-

за или жидкости одной из важнейших задач является уменьшение размера (количества элементов) расчетных сеток, что позволяет экономить вычислительные ресурсы и уменьшать время расчета. Возможность уменьшения размера присутствует для течений, в которых параметры потока меняются вдоль некоторого направления слабее, чем в других направлениях. Тогда увеличивают размер элементов расчетной сетки вдоль этого направления, тем самым уменьшая количество ячеек. Такой прием используется, например, при моделировании пограничного слоя, в котором скорость газа резко возрастает с увеличением расстояния до обтекаемой поверхности, в то время как вдоль поверхности скорость изменяется значительно слабее. Еще одним примером практически важного случая является обтекание вытянутого поперек потока объекта, например, крыла самолета. Параметры потока меняются вдоль крыла значительно слабее, чем поперек, поэтому применение элементарных ячеек, вытянутых вдоль размаха крыла, значительно уменьшает размер расчетной сетки. Построение сетки с вытянутыми поперек потока элементами в применении к расчету обтекания крыла предложено в статье [14].

В настоящей работе предлагается способ построения трехмерной сетки с вытянутыми вдоль крыла элементами с учетом крутки крыла. За основу берется двумерная сетка, описанная в предыдущем параграфе. Эта сетка, построенная в пакете Gmsh, сохранена в формате набирающего популярность пакета SU<sup>2</sup> [15]. Элементы строящейся сетки имеют шестигранную форму вблизи поверхности крыла в пограничном слое и пятигранную форму в остальной части расчетной области. Сетка строится последовательно параллельным переносом двумерной сетки вдоль крыла и одновременной ее деформацией. Часть сетки внутри окружности радиуса  $r_1$ , включающая крыловую профиль, поворачивается на угол  $\delta\phi$ , соответствующий изменению угла наклона профиля. Другая часть сетки вне окружности радиуса  $r_2 > r_1$  не поворачивается. Сетка в кольце между двумя окружностями деформируется по закону

$$x_1 = x \cos \beta - y \sin \beta, \quad y_1 = x \sin \beta + y \cos \beta,$$

$$\beta = (r_2 - r)\delta\phi / (r_2 - r_1), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2},$$

где  $x, y$  и  $x_1, y_1$  — координаты узлов недеформированной и деформированной сеток.

Описанный алгоритм реализован в виде программы на языке Паскаль. В результате генерируется сетка в формате TGrid/Fluent [10]. На рис. 4 изображен расчетный объем, форма которого представляет собой цилиндр с линзообразным основанием. Высота цилиндра равна длине моделируемого сегмента крыла. В центре расчетного объема располагается крыло с круткой. Справа — фрагмент поверхностной сетки на поверхности крыла. У поверхности крыла длина элементарных ячеек в поперечном направлении намного больше других размеров. На периферии расчетного объема эта длина не изменяется, однако другие размеры ячеек намного больше.

**Пространственное обтекание крыла с круткой.** Граничные условия на входной и выходной границах  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  совпадали с приведенными выше для расчета двумерного обтекания профиля. На боковых границах расчетного объема задавалось условие симметрии. Размах сегментов крыльев изменялся в пределах от 2 до 6 хорд, а угол крутки (разность углов атаки на двух концах сегмента крыла)  $\delta\phi$  выбирался из диапазона от  $0,72^\circ$  до  $7,2^\circ$ . Большинство расчетов выполнено с 20 слоями расчетной сетки в поперечном направлении. Общее число элементов  $N$  при этом равно 673280. Однако ряд расчетов с сегментами крыльев разных удлинений был выполнен с увеличенным в два раза числом слоев ( $N = 1346560$  элементов). Результаты расчетов

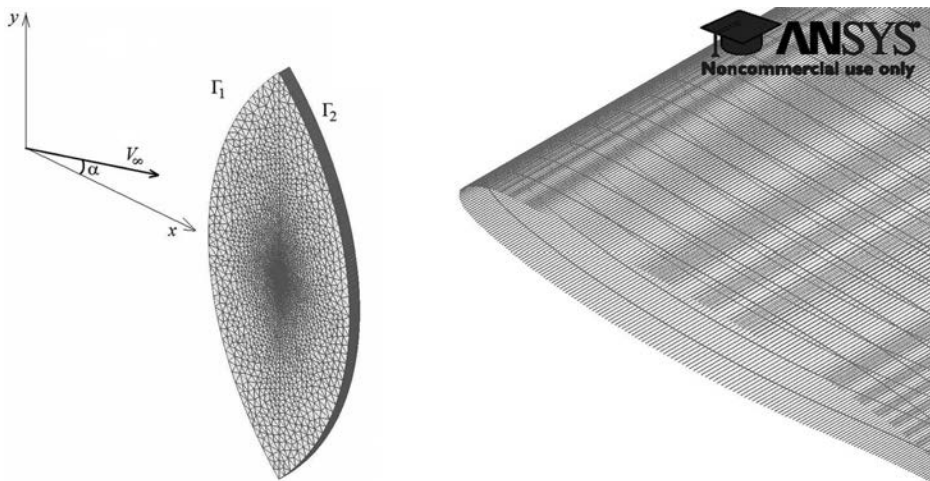


Рис. 4. Сетка для расчета трехмерного обтекания крыла. Слева общий вид, справа фрагмент поверхностной сетки на крыле.

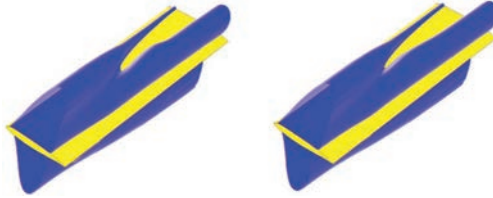
(подъемная сила, форма и размер сверхзвуковых зон) при этом совпали. В качестве примера на рис. 5 приведены контуры сверхзвуковых зон при обтекании сегментов крыла с удлинением 4 и средним углом атаки  $\alpha = -0,84^\circ$ . Угол крутки  $\delta\phi = 7,2^\circ$ . Правый конец сегмента крыла обтекается под углом атаки  $\alpha = -4,44^\circ$ . К правой части крыла примыкают две сверхзвуковые зоны. Левый конец находится под углом атаки  $\alpha = 2,76^\circ$ . К левой части крыла примыкает одна сверхзвуковая зона. В средней части сегмента происходит переход от двух к одной сверхзвуковой зоне. Подобная конфигурация сверхзвуковых зон наблюдается и при близких средних углах атаки, при этом место слияния двух зон в одну при увеличении угла атаки перемещается вдоль крыла слева направо.

При малых углах крутки и небольшом удлинении сегмента крыла нет одновременного существования на верхней поверхности крыла одной и двух зон. Слияние зон при увеличении среднего угла атаки или расщепление при уменьшении угла атаки происходит по всей длине сегмента, несмотря на то, что локальные углы атаки на концах сегмента соответствуют разным режимам обтекания, установленным для плоских течений. На рис. 6 представлены конфигурации сверхзвуковых зон обтекания сегмента крыла с удлинением 2 и углом крутки  $\delta\phi = 0,72^\circ$  при двух близких средних углах атаки  $-0,843^\circ$  и  $-0,84^\circ$ .

Обтекание при меньшем угле атаки характеризуется двумя сверхзвуковыми зонами на верхней поверхности крыла, при большем угле присутствует только одна зона. Подобная картина сохраняется при увеличении угла крутки до  $\delta\phi = 1,8^\circ$ , что иллюстрирует рис. 7. Очертания сверхзвуковых зон в правой и левой частях сегмента крыла отличаются друг от друга.

Дальнейшее увеличение угла крутки сопровождается совместным появлением участков слияния и расщепления зон на поверхности крыла. На рис. 8 изображены очертания сверхзвуковых зон при угле крутки  $\delta\phi = 3,6^\circ$ . На двух из трех изображенных конфигураций наблюдается одновременное присутствие одной и двух сверхзвуковых зон на верхней поверхности крыла.

Обтекание сегментов крыла с удлинением 4 и больше даже при малом угле крутки  $\delta\phi = 0,72^\circ$  характеризуется наличием режимов с совместным существованием



*Рис. 5.* Контуры сверхзвуковых зон, примыкающих к крылу. Слева  $N = 673280$ , справа  $N = 1346560$ .



*Рис. 6.* Контуры сверхзвуковых зон при обтекании сегмента крыла удлинения 2 для угла крутки  $\delta\phi = 0,72^\circ$  и средних углов атаки  $-0,843^\circ$  (слева) и  $-0,84^\circ$  (справа).



*Рис. 7.* Контуры сверхзвуковых зон при обтекании сегмента крыла удлинения 2 для угла крутки  $\delta\phi = 1,8^\circ$  и средних углов атаки  $-0,84^\circ$  (слева) и  $-0,83^\circ$  (справа).



*Рис. 8.* Контуры сверхзвуковых зон при обтекании сегмента крыла удлинения 2 для угла крутки  $\delta\phi = 3,6^\circ$  и средних углов атаки  $-0,855^\circ$  (слева),  $-0,845^\circ$  (в центре) и  $-0,84^\circ$  (справа).



*Рис. 9.* Контуры сверхзвуковых зон при обтекании сегмента крыла удлинения 4 для угла крутки  $\delta\phi = 0,72^\circ$  и средних углов атаки  $-0,845^\circ$  (слева),  $-0,84^\circ$  (в центре) и  $-0,835^\circ$  (справа).



Рис. 10. Контуры сверхзвуковых зон при обтекании сегмента крыла удлинения 6 для угла крутки  $\delta\phi = 0,72^\circ$  и средних углов атаки  $-0,845^\circ$  (слева),  $-0,84^\circ$  (в центре) и  $-0,835^\circ$  (справа).

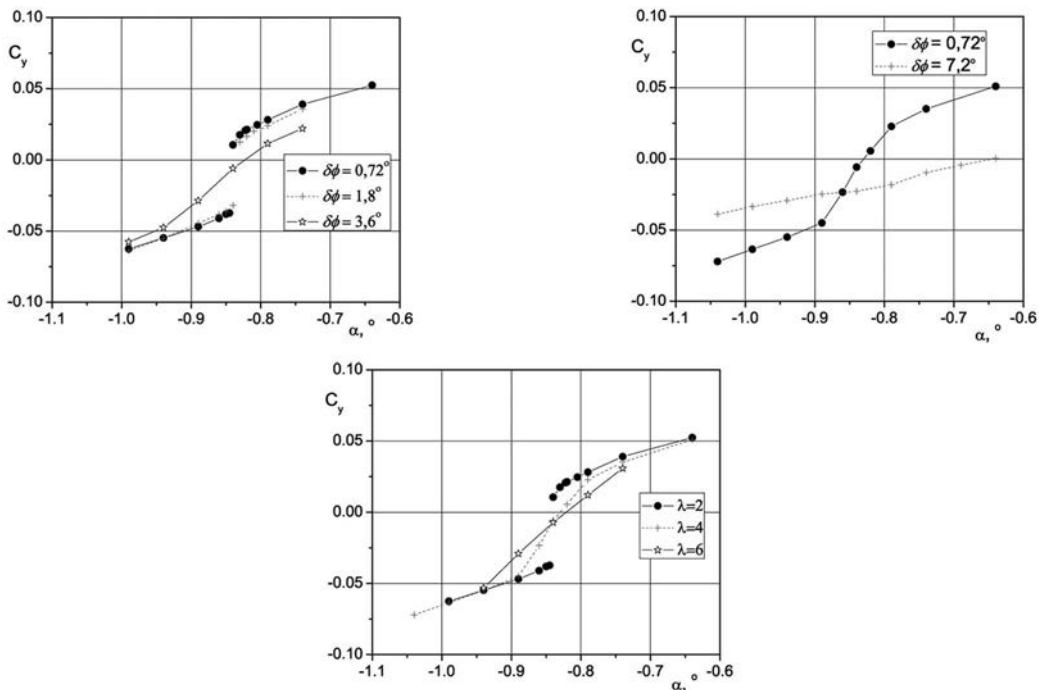


Рис. 11. Зависимости коэффициента подъемной силы от среднего угла атаки. Слева — удлинение 2, углы крутки  $0,72^\circ$ ,  $1,8^\circ$  и  $3,6^\circ$ . Справа — удлинение 4, углы крутки  $0,72^\circ$  и  $7,2^\circ$ . Внизу — удлинение 2, 4, 6, угол крутки  $0,72^\circ$ .

двух и одной сверхзвуковых зон на поверхности крыла. Диапазон средних углов атаки, в котором существуют такие режимы, растет с увеличением удлинения. Примеры очертания сверхзвуковых зон приведены на рис. 9 и 10.

При малых углах крутки и малых удлинениях сегмента крыла изменение коэффициента подъемной силы при изменении угла атаки происходит скачком, подобно тому, как это происходит в плоской задаче обтекания. Увеличение удлинения и увеличение угла крутки, приводит к появлению малого (по сравнению с углом крутки) переходного интервала средних углов атаки, в котором изменение подъемной силы с ростом угла атаки происходит непрерывно. Сказанное иллюстрируется рис. 11 с графиками зависимости коэффициента подъемной силы от среднего угла атаки при разных углах крутки и разных удлинениях сегмента крыла.

**Заключение.** Проведенные расчеты трехмерного транзвукового обтекания сегментов крыльев J-78 с круткой позволили выявить особенности течения в среднем диапазоне углов атаки, соответствующих слиянию и расщеплению сверхзвуковых зон, примыкающих к верхней поверхности крыла. Выяснилось, что малые углы крутки и малые удлинения сегмента крыла характеризуются механизмом слияния/расщепления зон, характерным для плоского обтекания профиля. При этом не обнаружены режимы с совместным существованием двух и одной сверхзвуковых зон на верхней поверхности крыла. Слияние и расщепление зон сопровождается скачкообразным изменением подъемной силы. Увеличение удлинения и (или) увеличение угла крутки приводит к появлению переходной области средних углов атаки, в которой существуют режимы с совместным существованием одной и двух сверхзвуковых зон. В этой области изменение подъемной силы происходит непрерывно.

#### Литература

1. *Kuzmin A.* Non-unique transonic flows over airfoils // *Computers and Fluids*. 2012. Vol. 63. P. 1–8.
2. *Jameson A., Vassberg J. C., Ou K.* Further studies of airfoils supporting non-unique solutions in transonic flow // *AIAA Journal*. 2012. Vol. 50, N 12. P. 2865–2881.
3. *Kuzmin A.* Bifurcations of transonic flow past flattened airfoils. Centre pour la Communication Scientifique Directe. E-print. [http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00433168], 2009.
4. *Kuzmin A.* Adverse free-stream conditions for transonic airfoils with concave arcs // *Computational Fluid Dynamics 2010* / ed. A. Kuzmin. Berlin; Heidelberg: Springer, 2010. P. 887–891.
5. *Кузьмин А. Г., Рябинин А. Н.* Аномальное поведение коэффициента подъемной силы крыла Whitcomb в транзвуковом поле // *Аэродинамика* / под ред. Р. Н. Мирошина. СПб.: «ВВМ», 2013. С. 125–130.
6. *Kuzmin A., Ryabinin A.* Airfoils admitting anomalous behavior of lift coefficient in descending transonic flight // *The Seventh International Conference on Computational Fluid Dynamics*. 2012. 7 p. URL: [http://www.iccfd.org/iccfd7/assets/pdf/papers/ICCFD7-4301\\_paper.pdf](http://www.iccfd.org/iccfd7/assets/pdf/papers/ICCFD7-4301_paper.pdf)
7. *Kuzmin A., Ryabinin A.* Transonic airfoils admitting anomalous behavior of lift coefficient // *Aeronautical Journal*, 2014. Vol. 118, N 1202. P. 425–433.
8. *Рябинин А. Н.* Влияние положения элерона на транзвуковое обтекание аэродинамического профиля // *Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1*. 2014. Т. 1(59), № 2. С. 303–310.
9. *Geuzaine Ch., Remacle J.-F.* Gmsh Reference Manual. 2014. 278 p. URL: <http://geuz.org/gmsh/doc/texinfo/gmsh.pdf>
10. TGrid 5.0 User's Guide. Lebanon: ANSYS, Inc. 2008. 281 p. URL: <https://www.sharcnet.ca/Software/TGrid/pdf/ug/tgrid50-ug.pdf>
11. ANSYS CFX-Solver Modeling Guide. Release 13.0. Canonsburg: ANSYS, Inc., 2010. 604 p.
12. *Barth T. J., Jespersen D. C.* The design and application of upwind schemes on unstructured meshes // *AIAA Paper*, No. 89-0366. P. 1–12.
13. *Menter F. R.* Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective // *International Journal of Computational Fluid Dynamics*. 2009. Vol. 23, N 4. P. 305–316.
14. *Богатырев В. В.* Алгоритм построения экстрозивных объемных сеток около крыла самолета // *Ученые записки ЦАГИ*. 2012. Т. 43, № 1. С. 71–79.
15. *Copellan S.* Users Guide — SU2. URL: <http://adl-public.stanford.edu/docs/display/SUSQUARED/User%27s+Guide>

Статья поступила в редакцию 2014 г.

#### Сведения об авторе

*Рябинин Анатолий Николаевич* — доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник; [Anatoly.Ryabinin@pobox.spbu.ru](mailto:Anatoly.Ryabinin@pobox.spbu.ru), [a\\_ryabinin@front.ru](mailto:a_ryabinin@front.ru)

#### NUMERICAL STUDY OF TRANSONIC FLOW PAST TWISTED WING J-78

*Anatoly N. Ryabinin*

St.Petersburg State University, Universitetskaya nab., 7-9, St.Petersburg, 199034, Russian Federation; [Anatoly.Ryabinin@pobox.spbu.ru](mailto:Anatoly.Ryabinin@pobox.spbu.ru), [a\\_ryabinin@front.ru](mailto:a_ryabinin@front.ru)

The spatial flow around an asymmetric wing segment J-78 with a twist is studied. The ends of the segment have different angles of attack, wherein at one end 2D flow is characterized by two supersonic regions, and



at the other end 2D flow has one supersonic region above the upper surface. Solutions of Reynolds-averaged Navier-Stokes equations are obtained with Ansys CFX-13 finite volume solver. A three-dimensional mesh with elongated along the wing span elements near the wing is used. The features of the flow are studied in the certain range of average angle of attack. This range corresponds to coalescence and splitting of the supersonic regions above the upper surface of the wing. At small angles of twist and a small elongation of the wing segment there is no coexistence of two and one supersonic regions above the upper surface of the wing. The similar shape of supersonic regions occurs along the whole length of the segment, despite of the fact that the local angles of attack at the ends of the segment correspond to the different flow regimes established for 2D flow. An increase in elongation and (or) an increase in the angle of twist leads to the appearance of the transition range of average angle of attack, in which there are regimes with the coexistence of one and two supersonic regions. In the transition range hange of the lift occurs continuously. Refs 15. Figs 11.

*Keywords:* numerical study, transonic flow, airfoil, supersonic region, lift coefficient.

## References

1. Kuzmin A., "Non-unique transonic flows over airfoils", *Computers and Fluids* **63**, 1–8 (2012).
2. Jameson A., Vassberg J. C., Ou K., "Futher studies of airfoils supporting non-unique solutions in transonic flow", *AIAA Journal* **50**(12), 2865–2881 (2012).
3. Kuzmin A., Bifurcations of transonic flow past flattened airfoils. Centre pour la Communication Scientifique Directe. E-print. [<http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00433168>], 2009.
4. Kuzmin A., "Adverse free-stream conditions for transonic airfoils with concave arcs *Computational Fluid Dynamics 2010*, 887–891 (ed. A. Kuzmin. Berlin; Heidelberg; Springer, 2010.)
5. Kuzmin A. G., Ryabinin A. N., "Whitcomb airfoil anomalous behavior of lift coefficient in transonic flight *Aerodynamics*, 125–130 (ed. R. N. Miroshin. "VVM", St.Petersburg, 2013) [in Russian].
6. Kuzmin A., Ryabinin A., "Airfoils admitting anomalous behavior of lift coefficient in descending transonic flight *The Seventh International Conference on Computational Fluid Dynamics* (2012). URL: [http://www.iccfd.org/iccfd7/assets/pdf/papers/ICCFD7-4301\\_paper.pdf](http://www.iccfd.org/iccfd7/assets/pdf/papers/ICCFD7-4301_paper.pdf)
7. Kuzmin A., Ryabinin A., "Transonic airfoils admitting anomalous behavior of lift coefficient", *Aeronautical Journal* **118**(1202), 425–433 (2014).
8. Ryabinin A. N., "Influence of aileron position on transonic flow past an airfoil", *Vestnik Sankt-Peterburgskogo Universiteta. Matematika, mekhanika, astronomia*, **1**(59), Issue 2, 303–310 (2014).
9. Geuzaine Ch., Remacle J.-F., Gmsh Reference Manual. 2014. 278 p. URL: <http://geuz.org/gmsh/doc/texinfo/gmsh.pdf>
10. TGrid 5.0 User's Guide. Lebanon: ANSYS, Inc. 2008. 281 p. URL: <https://www.sharcnet.ca/Software/TGrid/pdf/ug/tgrid50-ug.pdf>
11. ANSYS CFX-Solver Modeling Guide. Release 13.0. Canonsburg: ANSYS, Inc., 2010. 604 p.
12. Barth T. J., Jespersen D. C., "The design and application of upwind schemes on unstructured meshes", *AIAA Paper*, N 89-0366, 1–12.
13. Menter F. R., "Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective", *International Journal of Computational Fluid Dynamics* **23**(4), 305–316 (2009).
14. Bogatyrev V. V., "An algorithm for generating swept volume meshes near an aircraft wing", *TsAGI Science Journal* **43**, Issue 1, 87–100 (2012).
15. Copellan S., Users Guide — SU2. URL: <http://adl-public.stanford.edu/docs/display/SUSQUARED/User%27s+Guide>