

АСТРОНОМИЯ

УДК 521.19

**RERS2014 И MRS2014: НОВЫЕ ВЫСОКОТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ
ДЛЯ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ И ЛУНЫ
НА БОЛЬШИХ ИНТЕРВАЛАХ ВРЕМЕНИ****В. В. Пашкевич*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН,
Российская Федерация, 196140, Санкт-Петербург, Пулковское шоссе, 65/1

В данной работе исследуются вращательные движения Земли и Луны на долгосрочных интервалах времени. Это стало возможным благодаря появлению новых долгосрочных эфемерид серии DE/LE JPL, описывающих орбитальное движение возмущающих небесных тел во вращательных движениях исследуемых тел данной задачи. Исследование невязок сравнения между высокоточными численными и полуаналитическими решениями задач о вращении абсолютно твердых Земли и Луны относительно неподвижной эклиптики эпохи J2000 производилось методами наименьших квадратов и спектрального анализа. В результате исследования были получены новые улучшенные высокоточные ряды, описывающие вращение абсолютно твердых Земли RERS2014, динамически согласованные с эфемеридой JPL DE422/LE422, на интервале времени 2000 лет, в которых помимо новых долгопериодических и Пуассоновых членов были вычислены новые короткопериодические и Пуассоновы члены (включающие суточные и субсуточные члены); новые высокоточные ряды, описывающие вращение Луны MRS2014, динамически согласованные с эфемеридой JPL DE422/LE422, на интервалах времени 6000 лет. Производилось сравнение новых высокоточных рядов RERS2014 и MRS2014 с предыдущими рядами RERS2013 и MRS2011, описывающими вращение абсолютно твердых Земли и Луны соответственно. Задача о вращении абсолютно твердой Земли решалась в релятивистском приближении, в котором учитывались наиболее существенные из релятивистских возмущений во вращательном движении Земли — геодезические возмущения. Задача о вращении Луны решалась в ньютоновом приближении. Библиогр. 10 назв. Ил. 2.

Ключевые слова: численное интегрирование, эфемериды, вращение абсолютно твердых Земли и Луны.

Введение. В предыдущих исследованиях [7, 8] были построены долгосрочные высокоточные ряды, описывающие вращение абсолютно твердых Земли (Rigid Earth Rotation Series) RERS2013 и Луны (Moon Rotation Series) MRS2011. Ряды RERS2013 являются динамически согласованными с эфемеридой JPL DE422/LE422 [10]. Они были построены с новыми уточненными долгопериодическими членами без уточнения короткопериодических (суточных и субсуточных) членов. Ряды MRS2011 являются динамически согласованными с эфемеридой JPL DE406/LE406 [9].

*Работа выполнена при финансовой поддержке в рамках сотрудничества между Польской и Российской академиями наук (тема №34).

Основными целями данной работы являются:

а) построение улучшенных высокоточных рядов RERS2014, описывающих вращение абсолютно твердой Земли, динамически согласованных с эфемеридой JPL DE422/LE422, на интервале времени 2000 лет, в которых вычисляются как новые долгопериодические члены, так и новые короткопериодические члены (включающие суточные и субсуточные члены);

б) построение новых высокоточных рядов MRS2014, представляющих вращение Луны, динамически согласованных с эфемеридой JPL DE422/LE422, на интервале времени 6000 лет.

Исследование невязок сравнения между высокоточными численными и полуаналитическими решениями задач о вращении абсолютно твердой Земли и Луны относительно неподвижной эклиптики эпохи J2000 производится методами наименьших квадратов и спектрального анализа. Производилось сравнение новых высокоточных рядов RERS2014 и MRS2014 с предыдущими рядами, описывающими вращение абсолютно твердой Земли RERS2013 [8] и Луны MRS2011 [7] соответственно. Задача о вращении абсолютно твердой Земли решалась в релятивистском приближении, в котором учитывались наиболее существенные из релятивистских возмущений во вращательном движении Земли — геодезические возмущения. Задача о вращении Луны решалась в ньютоновом приближении. Все вычисления в данном исследовании производятся с четверной точностью.

1. Математическая модель задачи. Численное решение задачи получается из решения дифференциальных уравнений Лагранжа второго рода для вращении абсолютно твердого небесного тела относительно неподвижной эклиптики и равенства эпохи J2000:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\lambda}_i} - \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = 0, \quad i = 0, 1, 2, 3. \quad (1)$$

Здесь и далее точка над буквами означает дифференцирование по времени. Функция Лагранжа в (1) имеет вид

$$L = T + U, \quad (2)$$

где U — силовая функция гравитационного взаимодействия небесного тела с возмущающими телами (для Земли — Луной, Солнцем и большими планетами; для Луны — Землей, Солнцем и большими планетами). Силовая функция U разлагается по сферическим гармоникам и учитывает только члены с коэффициентами C_{j0} при $j = 2, \dots, 5$, C_{22}, C_{3k}, S_{3k} при $k = 1, 2, 3$ и C_{41}, S_{41} для Земли; C_{j0} при $j = 2, \dots, 4$, C_{22}, C_{3k}, S_{3k} при $k = 1, 2, 3$ и C_{4k}, S_{4k} при $k = 1, \dots, 4$ для Луны. Орбитальное движение возмущающих тел определяется эфемеридой DE422/LE422. Кинетическая энергия вращательного движения Луны определяется следующим образом:

$$T = \frac{1}{2}(A\omega_1^2 + B\omega_2^2 + C\omega_3^2). \quad (3)$$

Здесь A, B и C — главные моменты инерции Луны; ω_1, ω_2 и ω_3 — проекции вектора угловой скорости вращения Луны $\vec{\omega}$ на оси главных моментов инерции.

Кинетическая энергия вращательного движения абсолютно твердой Земли, учитывающая существенную часть из релятивистских возмущений во вращательном движении Земли — геодезического вращения [3], определяется следующим образом:

$$T = \frac{1}{2}(A\omega_{*1}^2 + B\omega_{*2}^2 + C\omega_{*3}^2). \quad (4)$$

Здесь A, B и C — главные моменты инерции Земли; ω_{*1}, ω_{*2} и ω_{*3} — проекции релятивистского вектора угловой скорости вращения Земли $\vec{\omega}_*$ на оси главных моментов инерции. Релятивистский вектор угловой скорости вращения Земли, включающий геодезическое вращение, определяется следующим выражением:

$$\vec{\omega}_* = \vec{\omega} + \vec{\sigma}, \quad (5)$$

где $\vec{\omega}$ — ньютоновский вектор угловой скорости вращения Земли; $\vec{\sigma}$ — вектор угловой скорости геодезического вращения Земли, который является наиболее существенным релятивистским компонентом вращательного движения Земли вокруг собственного центра масс, определяется следующим образом:

$$\vec{\sigma} = \sum_{j \neq \oplus} \frac{Gm_j}{c^2 |\vec{R}_j - \vec{R}_{\oplus}|^3} \left\{ (2\dot{\vec{R}}_j - \frac{3}{2}\dot{\vec{R}}_{\oplus}) \times (\vec{R}_j - \vec{R}_{\oplus}) \right\}, \quad (6)$$

где c — скорость света в вакууме; G — гравитационная постоянная; m_j — масса j -го возмущающего тела; $\vec{R}_{\oplus}, \dot{\vec{R}}_{\oplus}, \vec{R}_j, \dot{\vec{R}}_j$ — барицентрические векторы положений и скоростей Земли и j -го возмущающего тела соответственно. Символ « \times » обозначает векторное произведение; индекс « \oplus » относится к обозначению Земли и индекс « j » относится к обозначению Луны, Солнца и больших планет.

В качестве переменных, описывающих вращение небесного тела вокруг собственного центра масс, в (1) используются четыре параметра Родрига—Гамильтона, связанные с углами Эйлера ψ, θ и ϕ следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi + \phi}{2}, & \lambda_1 &= \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi - \phi}{2}, \\ \lambda_2 &= \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi - \phi}{2}, & \lambda_3 &= \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi + \phi}{2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Параметры Родрига—Гамильтона — ограниченные переменные. Это очень важно для численного решения задачи. Заметим, что дифференциальные уравнения вращательного движения небесного тела в углах Эйлера содержат аналитическую особенность вида $\sin^{-1} \theta$, ограничивающую выбор координатной системы. Использование параметров Родрига—Гамильтона в качестве переменных задачи позволяет устранить эту особенность. Дифференциальные уравнения вращательного движения Земли и Луны в параметрах Родрига—Гамильтона были нами получены из уравнений Лагранжа второго рода. Их вид, как и более подробное описание математической модели проблемы, приводится в наших статьях [3] и [6].

При построении полуаналитических решений для упрощения решения дифференциальных уравнений, как правило, пренебрегают некоторыми составляющими их членами. Это обстоятельство ограничивает интервал применения этих решений. Численные решения являются более точными, так как при их построении численно решаются более полные дифференциальные уравнения. Таким образом, увеличивается интервал их применения. Точность численных решений зависит от точности начальных условий численного интегрирования, которые обычно берутся из полуаналитических решений.

Для численного решения задачи применялись методы высокоточного численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений НРРП [1], основанные

на равномерной чебышёвской интерполяции правых частей дифференциальных уравнений, и метод высокоточного численного интегрирования [2] с рядом модификаций [5]. Интегрирование выполнялось с постоянным шагом, равным 1 суткам для Земли и 8 суткам для Луны, от начальной эпохи 1 января 2000 года (JD=2451545.0) для Земли и 28 июня 1969 года (JD=2440400.5) для Луны. Начальные условия численного интегрирования брались из соответствующего полуаналитического решения, описывающего вращательное движение исследуемого небесного тела (абсолютно твердой Земли или Луны). Производилось сравнение численного и полуаналитического решений данной задачи. В результате численной интерполяции, применяемой в используемых методах численного интегрирования, были получены невязки сравнения с шагом равным 0.1 суток в углах Эйлера для Земли и с шагом, равным 1 суткам, в углах возмущающих членов физической либрации для Луны.

Выражения, связывающие возмущающие члены физической либрации Луны с углами Эйлера [7], определяются следующим образом:

$$\begin{cases} \tau = \phi + \psi - 180^\circ - L_C, \\ \varrho = \theta - I, \\ \sigma = \psi - \Omega. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь ψ — угол долготы нисходящего узла эпохи J2000 лунного экватора; θ — угол наклона лунного экватора к неподвижной эклиптике J2000; ϕ — угол собственного вращения Луны между нисходящим узлом эпохи J2000 и главной осью минимального момента инерции Луны; I — постоянный угол наклона лунного экватора к неподвижной эклиптике J2000 ($I \sim 1^\circ 32'$); L_C — средняя долгота Луны; Ω — средняя долгота восходящего узла ее орбиты; τ , ϱ и σ — возмущающие члены физической либрации для неподвижной эклиптики эпохи J2000 в долготе, наклоне и долготе узла соответственно.

2. Итеративный алгоритм. Для построения новых высокоточных полуаналитических решений задачи о вращении рассматриваемого небесного тела в данном исследовании осуществляется с помощью итерационной схемы [7, 8].

1. Начальные условия численного интегрирования вычисляются из полуаналитического решения задачи о вращении исследуемого небесного тела (RERS2013 [8] для Земли или MRS2011 [7] для Луны). На всем исследуемом интервале времени производится сравнение численного решения с исходным полуаналитическим. Невязки сравнения между численным и полуаналитическим решениями вычисляются на всем исследуемом интервале времени с шагом в 0.1 суток в углах Эйлера для Земли или в 1 сутки в углах возмущающих членов физической либрации для Луны.

Выражения для невязок сравнения между численным и полуаналитическим решениями задачи о вращении абсолютно твердой Земли имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \Delta\psi = \sum_{k=0}^8 \psi_k t^k + \sum_j \sum_{k=0}^4 [\psi_{Sjk} \sin(\nu_{j0} + \nu_{j1}t) + \psi_{Cjk} \cos(\nu_{j0} + \nu_{j1}t)] t^k, \\ \Delta\theta = \sum_{k=0}^8 \theta_k t^k + \sum_j \sum_{k=0}^4 [\theta_{Sjk} \sin(\nu_{j0} + \nu_{j1}t) + \theta_{Cjk} \cos(\nu_{j0} + \nu_{j1}t)] t^k, \\ \Delta\phi = \sum_{k=0}^8 \phi_k t^k + \sum_j \sum_{k=0}^4 [\phi_{Sjk} \sin(\nu_{j0} + \nu_{j1}t) + \phi_{Cjk} \cos(\nu_{j0} + \nu_{j1}t)] t^k. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь ψ — угол долготы восходящего узла динамического экватора Земли на неподвижной эклиптике эпохи J2000; θ — угол наклона динамического экватора Земли к

неподвижной эклиптике эпохи J2000; ϕ — угол собственного вращения Земли между восходящим узлом динамического экватора Земли и главной осью минимального момента инерции Земли; ν_{j0}, ν_{j1} — фазы и частоты соответствующих полуаналитических решений соответственно; t — время в юлианских днях; ψ_k, θ_k, ϕ_k — коэффициенты систематических членов; $\psi_{Sjk}, \theta_{Sjk}, \phi_{Sjk}, \psi_{Cjk}, \theta_{Cjk}, \phi_{Cjk}$ — коэффициенты периодических и пуассоновых членов.

Выражения для невязок сравнения между численным и полуаналитическим решениями задачи о вращении Луны имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \Delta\tau = \sum_j \sum_{k=0}^3 [\tau_{Sjk} \sin(\nu_{j0} + \nu_{j1}t) + \tau_{Cjk} \cos(\nu_{j0} + \nu_{j1}t)] t^k, \\ \Delta\varrho = \sum_j \sum_{k=0}^3 [\varrho_{Sjk} \sin(\nu_{j0} + \nu_{j1}t) + \varrho_{Cjk} \cos(\nu_{j0} + \nu_{j1}t)] t^k, \\ \Delta I\sigma = I \sum_j \sum_{k=0}^3 [\sigma_{Sjk} \sin(\nu_{j0} + \nu_{j1}t) + \sigma_{Cjk} \cos(\nu_{j0} + \nu_{j1}t)] t^k, \end{cases} \quad (10)$$

где τ , ϱ и σ — возмущающие члены физической либрации для неподвижной эклиптики эпохи J2000 в долготе, наклоне и долготе узла соответственно; ν_{j0}, ν_{j1} — фазы и частоты соответствующих полуаналитических решений соответственно; t — время в юлианских днях; $\tau_{Sjk}, \varrho_{Sjk}, \sigma_{Sjk}, \tau_{Cjk}, \varrho_{Cjk}, \sigma_{Cjk}$ — коэффициенты периодических и пуассоновых членов.

2. Исследование невязок сравнения производится методами наименьших квадратов и спектрального анализа [4]. Совокупность частот теории вращения исследуемого тела используются без изменений. В новых рядах, описывающих вращение исследуемого тела, только уточняются коэффициенты систематических, периодических и пуассоновых членов. Вычисляются члены нового, i -го ряда, равные сумме вычисленных из невязок сравнения коэффициентов систематических, периодических и пуассоновых членов и коэффициентов соответствующих членов $(i-1)$ -го ряда:

$$\begin{cases} \psi_{RERS2014_i} = \Delta\psi_{i-1} + \psi_{RERS2014_i-1}, \\ \theta_{RERS2014_i} = \Delta\theta_{i-1} + \theta_{RERS2014_i-1}, \\ \phi_{RERS2014_i} = \Delta\phi_{i-1} + \phi_{RERS2014_i-1}, \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \tau_{MRS2014_i} = \Delta\tau_{i-1} + \tau_{MRS2014_i-1}, \\ \varrho_{MRS2014_i} = \Delta\varrho_{i-1} + \varrho_{MRS2014_i-1}, \\ \sigma_{MRS2014_i} = \Delta\sigma_{i-1} + \sigma_{MRS2014_i-1}, \end{cases} \quad (12)$$

где $\psi_{RERS2014_0} = \psi_{RERS2013}$, $\theta_{RERS2014_0} = \theta_{RERS2013}$, $\phi_{RERS2014_0} = \phi_{RERS2013}$, $\tau_{MRS2014_0} = \tau_{MRS2011}$, $\varrho_{MRS2014_0} = \varrho_{MRS2011}$, $\sigma_{MRS2014_0} = \sigma_{MRS2011}$. Систематические, периодические и пуассоновые члены представляют новые высокоточные ряды, описывающие вращение исследуемого тела ($RERS2014_i$ для Земли или $MRS2014_i$ для Луны, где i — номер итерации).

3. Численное решение задачи о вращении исследуемого тела строится заново с новыми начальными условиями, которые вычисляются из $RERS2014_i$ (в случае Земли) или из $MRS2014_i$ (в случае Луны).

4. Шаги 2 и 3 повторяются до достижения наилучших результатов сходимости невязок сравнения между новым численным решением и новыми рядами ($RERS2014_i$ для Земли или $MRS2014_i$ для Луны).

3. Результаты исследования вращения Земли. Исследование вращательного движения абсолютно твердой Земли проводилось с использованием эфемериды DE422/LE422 на интервале времени 2000 лет. Невязки сравнения между численным и полуаналитическим RERS2013 решениями задачи о вращении абсолютно твердой Земли исследовались с помощью итеративного алгоритма. После двух итераций условия прекращения итерационного процесса были удовлетворены. Таким образом, выполнение итерационного алгоритма было завершено после 2-й итерации для ряда RERS2014_2.

На рис. 1 после устранения систематического хода в углах Эйлера изображено поведение невязок сравнения между численным и полуаналитическим RERS2014 решениями о вращении абсолютно твердой Земли данного исследования (на графике красного цвета) и между численным и полуаналитическим RERS2013 решениями задачи о вращении абсолютно твердой Земли предыдущего исследования [8] (на графике синего цвета).

Остаточные невязки сравнения между численным решением и RERS2014 в углах Эйлера на рис. 1 не превосходят 3 микросекунды дуги на интервале времени 2000 лет. В результате исследований невязок сравнения между численным и полуаналитическим RERS2013 решениями задачи о вращении абсолютно твердой Земли были получены новые высокоточные ряды RERS2014, динамически согласованные с эфемеридой DE422/LE422, в которых вычисляются как новые долгопериодические члены, так и новые короткопериодические члены (включающие суточные и субсуточные члены).

4. Результаты исследования вращения Луны. Исследование вращательного вращения Луны проводилось с использованием эфемериды DE422/LE422 на интервале времени 6000 лет. На рис. 2 в углах возмущающих членов физической либрации для Луны изображено поведение невязок сравнения между численным и полуаналитическим MRS2014 решениями о вращении Луны данного исследования (на графике красного цвета) и между численным и полуаналитическим MRS2011 решениями задачи о вращении Луны предыдущего исследования [7] (на графике синего цвета).

Остаточные невязки сравнения между численным решением и MRS2014 в углах возмущающих членов физической либрации для Луны на рис. 2 не превосходят 8 секунд дуги на интервале времени 6000 лет. Невязки сравнения между численным и полуаналитическим MRS2011 (динамически согласованным с эфемеридой DE406/LE406) решениями задачи о вращении Луны исследовались с помощью итеративного алгоритма. Выполнение итерационного алгоритма было завершено после 1-й итерации для ряда MRS2014_1. В результате данных исследований были получены новые высокоточные ряды MRS2014, динамически согласованные с эфемеридой DE422/LE422, на интервале времени 6000 лет.

Заключение. В результате исследования были получены:

а) новые улучшенные высокоточные ряды, описывающие вращение абсолютно твердой Земли RERS2014, динамически согласованные с эфемеридой JPL DE422/LE422, на интервале времени 2000 лет, в которых вычислены новые коэффициенты как для долгопериодических и Пуассоновых членов, так и для короткопериодических и Пуассоновых членов (включающие суточные и субсуточные члены). Ряды RERS2014 содержат 4113 периодических и Пуассоновых членов. Невязки сравнения между численным решением и RERS2014 не превосходят 3 микросекунды дуги на интервале времени 2000 лет;

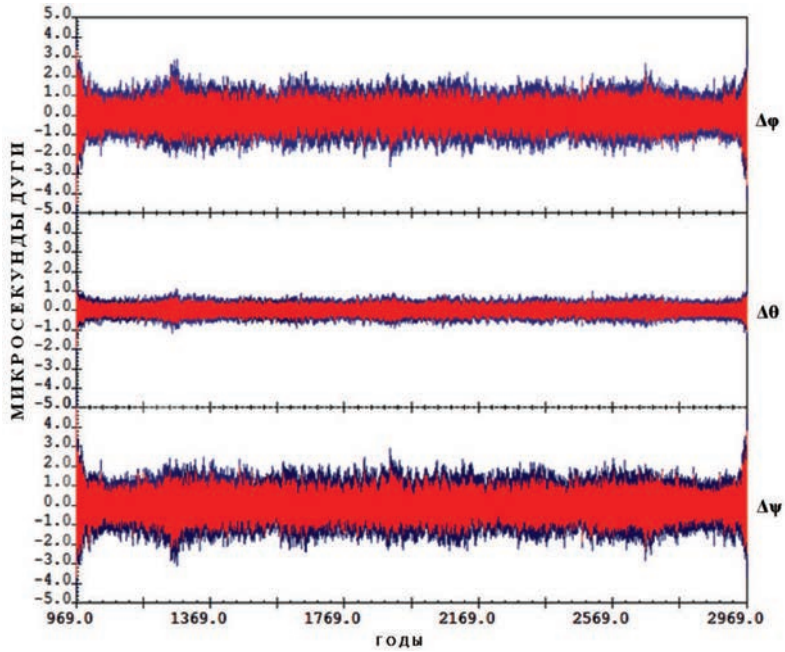


Рис. 1. Поведение невязок сравнения между численным и полуаналитическим RERS2014 (красный) и RERS2013 (синий) решениями задачи о вращении абсолютно твердой Земли после устранения систематического хода.

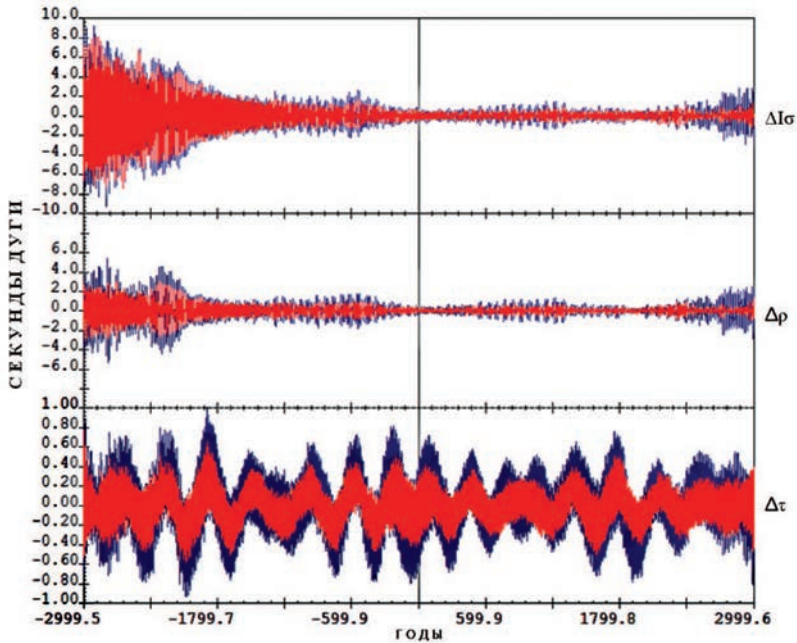


Рис. 2. Поведение невязок сравнения между численным и полуаналитическим MRS2014 (красный) и MRS2011 (синий) решениями задачи о вращении Луны.

б) новые высокоточные ряды, описывающие вращение Луны MRS2014, динамически согласованные с эфемеридой JPL DE422/LE422, на интервале времени 6000 лет. Ряды MRS2014 содержат 1520 периодических и Пуассоновых членов. Невязки сравнения между численным решением и MRS2014 не превосходят 8 секунд дуги на интервале времени 6000 лет, что является хорошей согласованностью рядов MRS2014 с эфемеридой DE422/LE422.

Исследования проводились в Главной (Пулковской) астрономической обсерватории Российской академии наук (РАН) и в Центре космических исследований Польской академии наук (ПАН).

Литература

1. *Ерошкин Г. И.* Высокоточный метод численного интегрирования, основанный на чебышёвской полиномиальной интерполяции // Астрометрия, геодинамика и небесная механика на пороге XXI века: Материалы конференции. ИПА РАН. Санкт-Петербург, 2000. С. 229–230.
2. *Belikov M. V.* Methods of numerical integration with uniform and mean square approximation for solving problems of ephemeris astronomy and satellite geodesy // Manus. Geod. 1990. Vol. 15, N 4. P. 182–200.
3. *Eroshkin G. I., Pashkevich V. V., Brzeziński A.* Extension of the high-precision numerical theory of the rigid Earth rotation to the case of a long time interval // Artificial Satellites. 2002. Vol. 37, N 4. P. 169–183.
4. *Pashkevich V. V., Eroshkin G. I.* Application of the spectral analysis for the mathematical modelling of the rigid Earth rotation // Artificial Satellites. 2005. Vol. 40. N 4. P. 251–259.
5. *Ерошкин Г. И., Тайбатов К. А., Трубицина А. А.* Построение специализированных численных эфемерид Луны и Солнца для решения задач динамики ИСЗ // Препринт ИТА РАН 1993. № 31.
6. *Eroshkin G. I., Pashkevich V. V.* Numerical Simulation of the Rotational Motion of the Earth and Moon // Dynamics and Astrometry of Natural and Artificial Celestial Bodies. IAU Colloquium 165 (I. M. Wytrzyszczak, J. H. Lieske, R. A. Feldman, eds). Kluwer, Dordrecht, 1997. P. 275–280.
7. *Пашкевич В. В., Ерошкин Г. И.* Построение полуаналитического и численного решений задачи о вращательном движении Луны // Астрономический вестник, 2013. Т. 47, № 1. С. 70–73.
8. *Пашкевич В. В.* Построение долгосрочных решений задачи о вращении абсолютно твердой Земли // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2013. Вып. 2. С. 107–115.
9. *Standish E. M.* JPL Planetary and Lunar Ephemerides, DE405/LE405 // JPL Interoffice Memorandum. 1998. N 312. F-98-048.
10. *Folkner W. F.* JPL Planetary and Lunar Ephemerides: Export Information <http://iau-comm4.jpl.nasa.gov/README.html> (2011)

Статья поступила в редакцию 25 декабря 2014 г.

Сведения об авторе

Пашкевич Владимир Витальевич — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник; apeks@gao.spb.ru

RERS2014 AND MRS2014: NEW HIGH-PRECISION SOLUTIONS FOR THE EARTH AND THE MOON ROTATION AT LONG TIME INTERVALS

Vladimir V. Pashkevich

Pulkovo Observatory of RAS, Pulkovskoe chaussee, 65/1, St. Petersburg, 196140, Russian Federation; apeks@gao.spb.ru

In this research investigating the Earth and the Moon rotation at long time intervals. It was possible after appearance of new long times JPL ephemeris of DE/LE series, which is describing the orbital motions of the disturbing celestial bodies in the bodies rotation of this problem. Investigation of the discrepancies between high-precision numerical solutions and semi-analytical solutions for the rigid Earth and the rigid Moon

rotation problems with respect to the fixed ecliptic of epoch J2000, are carried out by least-squares method and by spectral analysis methods. As the results of this research have been constructed: new improved high-precision rigid Earth rotation series RERS2014 dynamically agreed with the JPL DE422/LE422 ephemeris over 2000 years. Aside from new long periodical and Poisson terms RERS2014 include new refined the short periodical and Poisson terms (diurnal and sub-diurnal); new high-precision Moon rotation series MRS2014 dynamically agreed with the JPL DE422/LE422 ephemeris over 6000 years. Comparison of the new Series RERS2014 and MRS2014 with the previous solution RERS2013 and MRS2011, respectively, are carried out. The rigid Earth rotation problem was solved taking into account most significant of the relativistic perturbation in the rotational motion of the Earth — geodetic perturbations. The Moon rotation problem was solved only for the Newtonian case. Refs 10. Figs 2.

Keywords: numerical integration, ephemeris, the rigid Earth and rigid Moon rotation.

References

1. Eroshkin G. I., “High-Precision method of the Numerical Solution of the Celestial Mechanics problems based on Chebishev Polynomial Interpolation”, *Proc. Astrometry, Geodynamics and Celestial Mechanics at the turn of XXIth century, (The Conference of the St.Petersburg in the IPA RAS, 19–23 June 2000)*, 229–230 (2000) [in Russian].
2. Belikov M. V., “Methods of numerical integration with uniform and mean square approximation for solving problems of ephemeris astronomy and satellite geodesy”, *Manus. Geod.* **15**(4), 182–200 (1990).
3. Eroshkin G. I., Pashkevich V. V., Brzeziński A., “Extension of the high-precision numerical theory of the rigid Earth rotation to the case of a long time interval”, *Artificial Satellites* **37**(4), 169–183 (2002).
4. Pashkevich V. V., Eroshkin G. I., “Application of the spectral analysis for the mathematical modelling of the rigid Earth rotation”, *Artificial Satellites* **40**(4), 251–259 (2005).
5. Eroshkin G. I., Taybatorov K. A., Trubisina A. A., “Construction of the specialized numerical ephemerides of the Moon and the Sun for solving Earth’s artificial satellite dynamics problem”, *Preprint ITA RUS* (31), (1993) [in Russian].
6. Eroshkin G. I., Pashkevich V. V., “Numerical Simulation of the Rotational Motion of the Earth and Moon”, *Dynamics and Astrometry of Natural and Artificial Celestial Bodies. IAU Colloquium 165*, 275–280 (I. M. Wytrzyszczak, J. H. Lieske, R. A. Feldman, eds., Kluwer, Dordrecht, 1997).
7. Pashkevich V. V., Eroshkin G. I., *Solar System Research*, **47**(1), 66–69 (2013).
8. Pashkevich V. V., “Construction of the solutions of the rigid Earth rotation problem at a long time interval”, *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp’yuternye Nauki*. 2013. Issue 2, 107–115 [in Russian].
9. Standish E. M., “JPL Planetary and Lunar Ephemerides, DE405/LE405”, *JPL Interoffice Memorandum* (312), F-98-048 (1998).
10. Folkner W. F., (2011), JPL Planetary and Lunar Ephemerides: Export Information <http://iaucomm4.jpl.nasa.gov/README.html>