## ПАМЯТИ П.Е. ТОВСТИКА

## Памяти Петра Евгеньевича Товстика

Кафедра теоретической и прикладной механики, математико-механический факультет, Санкт-Петер-бургский государственный университет, российская и мировая наука понесли тяжелую утрату. 30 декабря 2020 г. всего через два дня после своего 85-летия, в результате заболевания COVID-19 ушел из жизни профессор Петр Евгеньевич Товстик, кавалер ордена Почета, заслуженный деятель науки РФ, лауреат Государственной премии РФ, премии РАН имени М. А. Лаврентьева, двух первых университетских премий за научные труды.

Вся его жизнь была неразрывно связана с математико-механическим факультетом Ленинградского, а затем Санкт-Петербургского государственного университета. В 1958 г. Петр Евгеньевич с отличием окончил факультет и был оставлен в аспирантуре. После



защиты в 1963 г. кандидатской диссертации он работал в лаборатории вибраций НИИ математики и механики (НИИММ) Ленинградского государственного университета (ЛГУ). Защитив в 1968 г. докторскую диссертацию, он стал доцентом, а затем профессором кафедры теоретической и прикладной механики. С 1978 г. он заведовал этой кафедрой.

Первые научные исследования, выполненные  $\Pi$ . Е. Товстиком в лаборатории вибраций НИИММ под руководством заведующего лабораторией доцента  $\Gamma$ . Н. Бухаринова, были посвящены асимптотическому анализу уравнений колебаний винтовых пружин.

В дальнейшем его увлекли сложные задачи теории свободных колебаний тонких оболочек вращения, которые описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями с переменными коэффициентами, содержащими малый параметр. Для решения целого класса таких уравнений Петр Евгеньевич разработал новый, более простой, чем известные ранее, асимптотический метод интегрирования, основанный на использовании эталонных функций, и довольно быстро оказался на переднем крае этих исследований.

<sup>©</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, 2021

Найденные асимптотические разложения были применены для определения частот и форм колебаний оболочки вращения. Эти результаты вошли в 1968 г. в его докторскую диссертацию «Свободные колебания и устойчивость оболочек вращения». В 1970 г. за цикл работ по теории оболочек он был удостоен первой премии ЛГУ за научные труды. Результаты исследований П. Е. Товстика по теории колебаний оболочек вращения включены в совместную с А. Л. Гольденвейзером и В. Б. Лидским книгу «Свободные колебания тонких упругих оболочек», опубликованную в 1979 г. в издательстве «Наука».

В середине 1980-х гг. Петром Евгеньевичем был разработан новый эффективный асимптотический метод приближенного определения низших частот колебаний и критических нагрузок потери устойчивости некруговых цилиндрических и конических оболочек. С помощью этого метода получены решения большого числа задач теории колебаний и устойчивости оболочек, для которых характерна локализация форм колебаний и форм потери устойчивости. В результате сложных выкладок удалось получить простые приближенные формулы для решения множества актуальных существенно двумерных задач. Ранее для этих задач были известны лишь отдельные численные результаты. Применению и развитию этого метода посвящены докторские диссертации его учеников Г. И. Михасева и С. Б. Филиппова. Результаты исследований П. Е. Товстика и Г. И. Михасева о локализации колебаний и волн в тонких оболочках вошли в их монографию «Локализованные колебания и волны в тонких оболочках. Асимптотические методы» (М.: Наука, 2009).

Размеры и расположение вмятин, возникающих на срединной поверхности оболочки при потере устойчивости, зависят от функций, определяющих радиусы кривизны, толщину, начальные безмоментные усилия и др. В классических задачах теории устойчивости оболочек эти функции считаются постоянными, а вмятины покрывают всю срединную поверхность оболочки. Если же определяющие функции меняются при переходе от одной точки срединной поверхности к другой ее точке, то возникает локализация форм потери устойчивости вблизи точек или линий на поверхности оболочки. В работах П. Е. Товстика изучены различные виды локализации. Рассмотрены также такие задачи потери устойчивости, при которых вмятины локализуются в окрестности слабо закрепленного края. Впервые эффект снижения критической нагрузки при сжатии пластины в связи с наличием свободного края был обнаружен академиком А. Ю. Ишлинским. Для оболочек этот эффект проявляется значительно сильнее, чем для пластин.

Основные результаты своих исследований по теории устойчивости оболочек Петр Евгеньевич изложил в монографиях «Устойчивость тонких оболочек: асимптотические методы» (М.: Наука, 1995) и в совместной с А. Л. Смирновым монографии «Asymptotic methods in the buckling theory of elastic shells» (World Scientific, 2001).

В 1998 г. за цикл работ «Фундаментальные проблемы теории тонкостенных конструкций» П. Е. Товстик (в составе авторского коллектива под руководством А. Л. Гольденвейзера) удостоен звания лауреата Государственной премии Российской Федерации в области науки и техники. В том же году П. Е. Товстику присвоено звание заслуженного деятеля науки РФ.

Погрешность линейной теории оболочек имеет порядок безразмерной толщины оболочки. В нелинейных задачах погрешность теории оболочек возрастает с увеличением деформаций, причем основную неточность вносят соотношения упругости, связывающие усилия и моменты с деформациями. В работах П. Е. Товстика из трехмерных уравнений теории упругости выведены уточненные соотно-

шения упругости, при использовании которых погрешность нелинейной теории оболочек имеет порядок безразмерной толщины оболочки в достаточно широком диапазоне изменения деформаций. Уточненные соотношения упругости позволили, в частности, исследовать большие осесимметричные деформации оболочки вращения.

Уточненные соотношения упругости являются новым фундаментальным результатом нелинейной теории оболочек. Они вошли в монографию П. Е. Товстика «Общая нелинейная теория упругих оболочек», изданную в издательстве СПбГУ в 2002 г. (совместно с С. А. Кабрицем, Е. И. Михайловским, К. Ф. Черныхом, В. А. Шаминой). За эту монографию ее авторам в 2002 г. присуждена премия первой степени СПбГУ за научные труды.

В последние годы внимание Петра Евгеньевича привлекали неклассические задачи статики и динамики тонких оболочек и пластин. К ним относятся задачи устойчивости и колебаний многослойных оболочек и пластин, оболочек и пластин, лежащих на упругом основании, балок, пластин и оболочек, изготовленных из материала с общей анизотропией, и др.

Большая серия работ Петра Евгеньевича посвящена исследованию балок, пластин и оболочек, изготовленных из линейно упругого однородного анизотропного материала общего вида, соотношения упругости которого содержат 21 упругий модуль.

Получены двухмерные уравнения, описывающие прогиб и поперечные колебания тонкой пластины из линейно упругого однородного анизотропного материала общего вида. Оказалось, что в отличие от ортотропных материалов как гипотезы Кирхгофа — Лява, так и гипотезы Тимошенко — Рейсснера приводят к двухмерным моделям, ошибочным в главных членах по отношению к малому параметру тонкостенности, равному отношению толщины пластины к длине волны. Для вывода корректной двухмерной модели используется обобщенная гипотеза Тимошенко — Рейсснера. Показано, что в случае преимущественно изгибной деформации построенная двухмерная модель является асимптотически точной в главных членах по отношению к малому параметру тонкостенности.

На базе обобщенных гипотез Тимошенко—Рейсснера исследованы свободные колебания и устойчивость под действием однородного внешнего давления тонких упругих цилиндрических оболочек, изготовленных из материала с общей анизотропией. Асимптотическим методом получены приближенные формулы для определения частот и форм колебаний, критического внешнего давления и форм потери устойчивости. Достоверность асимптотических результатов подтверждается численными расчетами методом конечных элементов.

Совместно с академиком Н. Ф. Морозовым решены задачи о свободных колебаниях и устойчивости сжатых трансверсально изотропных пространств и полупространств, а также трансверсально изотропной сжатой пластины.

Особое внимание уделено анализу форм потери устойчивости как самого упругого основания, так и пластины, лежащей на нем. Нелинейный анализ энергии послекритической деформации приводит к выводу о реализации шахматной формы потери устойчивости, что соответствует экспериментальным результатам.

При анализе этих задач для сжатого трансверсально изотропного пространства была найдена критическая нагрузка объемной потери устойчивости, связанная с нарушением неравенства Адамара. Для такого материала общая система 6-го порядка расщепляется на системы 4-го и 2-го порядков, в связи с чем возможны две раз-

личные формы потери устойчивости. Какая из них реализуется раньше, зависит от уровня анизотропии.

Научные интересы П. Е. Товстика никогда не ограничивались исследованиями в области теории оболочек. Долгие годы он руководил многочисленными и разнообразными хоздоговорными работами, выполняемыми в том числе и по постановлениям Правительства СССР. Удивительная интуиция помогала ему сразу же выделить основные черты изучаемой механической системы и создать для нее адекватную математическую модель. Многие его труды посвящены решению самых разнообразных прикладных задач механики. Отметим здесь только некоторые из них.

В рамках многолетнего сотрудничества с Государственным оптическим институтом выполнен большой цикл работ, связанных с расчетом облегченных металлических зеркал телескопов. Зеркало телескопа моделировалось кольцевой слоистой пластиной переменной толщины. Основные результаты этих исследований отражены в монографии «Расчет и оптимизация металлических зеркал телескопов», вышедшей в издательстве СПбГУ в 1997 г. (совместно с С. М. Бауэр, А. М. Ковалевым, М. Б. Петровым, В. В. Тихомировым, М. И. Улитиным, С. Б. Филипповым).

В 1992 г. в связи с задачей расчета кварцевых резонаторов Петр Евгеньевич проанализировал сложную проблему определения высокочастотного спектра пластины переменной толщины. Используя асимптотический подход к трехмерным динамическим уравнениям теории упругости, он нашел высокочастотные формы колебаний пластины, локализованные в окрестности максимума ее толщины.

С 1994 г. Петр Евгеньевич принимал активное участие в приложении теории оболочек и пластин к проблемам офтальмологии. Предложенные модели помогают при описании патологических изменений в склере глаза, а также изменений напряженно-деформированного состояния оболочек глаза после хирургических вмешательств. Некоторые результаты, полученные им в этой области, отражены в совместной с С. М. Бауэр и Б. А. Зиминым монографии «Простейшие модели теории оболочек и пластин в офтальмологии» (Изд-во СПбГУ, 2000).

Проведен анализ нелинейных колебаний стержневых конструкций, находящихся под действием случайного волнового давления. При решении задачи учитывались изгибная жесткость балки, присоединенная масса и силы сопротивления воды. Анализ ориентирован на проектирование и расчет морских стационарных платформ.

В 2013—2015 гг. Петр Евгеньевич занимался классической задачей Ишлинского — Лаврентьева о динамическом поведении стержня, сжатого продольной силой. Применение метода двухмасштабных асимптотических разложений позволило исследовать главные и комбинационные резонансы при поперечных колебаниях стержня, вызванных его продольными колебаниями, и получить оценку максимальной величины прогиба. Был исследован режим биений, связанных с перекачкой энергии продольных колебаний в энергию поперечных, и наоборот. Изучено влияние формы начальных несовершенств на развитие поперечных колебаний. С использованием интегральных преобразований получена связь наиболее опасных несовершенств с быстро растущими формами прогиба, установленными в работе А. Ишлинского и М. Лаврентьева. В 2015 г. за серию работ «Динамика стержня при продольном сжатии. Развитие идеи М. А. Лаврентьева и А. Ю. Ишлинского» коллективу авторов в составе Н. Ф. Морозова, А. К. Беляева и П. Е. Товстика присвоена премия имени М. А. Лаврентьева Российской академии наук за выдающиеся результаты в области математики и механики.

До последних дней Петр Евгеньевич сохранял такой научный потенциал, которому могут позавидовать многие более молодые коллеги. Ниже перечислены только некоторые результаты, полученные им за последние 5 лет.

С использованием асимптотического интегрирования трехмерных уравнений теории упругости построена двухмерная модель второго порядка точности по отношению к малому параметру толщины для тонкой упругой неоднородной по толщине пластины (в частности, многослойной) с анизотропией общего вида. Модель пригодна для решения задач статики, динамики и устойчивости многослойных и функционально градиентных пластин. В частных случаях проведена оценка погрешности модели путем сравнения с точным решением трехмерных уравнений теории упругости.

Для трансверсально изотропной пластины задача приведена к однородной по толщине пластине типа Тимошенко—Рейсснера с эквивалентными изгибной и сдвиговой жесткостями. Исследованы изгиб и колебания многослойной нанопластины с графеновыми слоями. Получено дисперсионное уравнение и решена задача распространения длинных изгибных волн. Изучена устойчивость при неоднородном осевом сжатии трансверсально изотропной цилиндрической оболочки.

Асимптотическим методом двухмасштабных разложений найден уровень колебаний опоры, необходимый для устойчивости перевернутого вертикального положения стержня (маятник Капицы). Найдена область притяжения устойчивого вертикального положения равновесия. Исследованы обобщения задачи на случаи гибкого и гибкого растяжимого стержней. Рассмотрены различные условия закрепления стержня. Исследовано влияние продольных волн деформации на устойчивость вертикального положения и на область ее притяжения и рассмотрен случай полигармонических и случайных вибраций основания.

В 2016—2020 гг. П. Е. Товстиком опубликованы более 40 научных статей, 27 из которых — в престижных российских и зарубежных журналах, а в 2020 г. в СRC Press, Taylor&Francis Group вышла в свет совместная с Г. И. Михасевым монография «Localized Dynamics of Thin-Walled Shells». В общей сложности П. Е. Товстику принадлежат более 270 научных публикаций, в том числе 10 монографий. В наукометрические базы Web of Science и Scopus входит около 100 его работ. В этих работах содержатся постановки актуальных и сложных задач в самом общем виде и изящное их решение с использованием асимптотических методов, в разработку которых Петр Евгеньевич внес большой вклад. Общие фундаментальные теоретические результаты в его работах неизменно сопровождаются решением конкретных примеров, которые он сам доводил до числа, составив и отладив множество компьютерных программ.

Начиная с 1994 г. П. Е. Товстик постоянно являлся руководителем проектов РФФИ, посвященных теории оболочек. Основные результаты, полученные по этим грантам, неизменно принадлежали ему.

Петр Евгеньевич не жалел времени и сил на своих многочисленных учеников, среди которых 9 докторов физико-математических наук и более 30 кандидатов физико-математических наук. Он щедро делился с ними своими идеями. Петр Евгеньевич создал научную школу по применению асимптотических методов в теории тонких оболочек. Совместно со своими учениками он написал несколько отличных учебников по применению асимптотических методов в механике твердых тел.

Петр Евгеньевич стимулировал научный рост сотрудников кафедры, которую он возглавлял 42 года — дольше, чем кто-либо из его знаменитых предшественников.

При вступлении в должность заведующего кафедрой он был единственным профессором на ней. За время его заведования на кафедре появились пять профессоров, являющихся ее выпускниками. Широта интересов позволила П. Е. Товстику возглавить исследования по многочисленным научным направлениям, начатые на кафедре при Н. Н. Поляхове. Продолжает успешно работать школа по аналитической механике. В 2000 г. издательством «Высшая школа» опубликовано второе издание учебника по теоретической механике для университетов, а в 2009 г. издательство Springer выпустило монографию С. А. Зегжды, Ш. Х. Солтаханова, М. П. Юшкова «Неголономная механика. Теория и приложения» на английском языке. Редактором этих изданий был Петр Евгеньевич. В 2020 г. совместно с профессором М. П. Юшковым он сдал в печать в издательство СПбГУ двухтомный учебник по теоретической механике. Подготовлен перевод этого учебника для издательства Springer.

Петр Евгеньевич всегда вел большую научно-общественную работу. Он являлся членом Национального комитета России по теоретической и прикладной механике, экспертом Российского фонда фундаментальных исследований, главным редактором журнала «Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия» и его переводной версии «Vestnik St. Petersburg University, Mathematics», председателем специализированного ученого совета по защите докторских диссертаций, председателем секции теоретической механики имени Н. Н. Поляхова Санкт-Петербургского Дома ученых РАН, председателем методической комиссии математико-механического факультета, членом ученого совета Санкт-Петербургского университета. Он обладал энциклопедическими знаниями во многих разделах современной механики, что позволяло ему блестяще справляться со всеми его многочисленными обязанностями.

Руководя ученым советом, принимающим к защите докторские и кандидатские диссертации, Петр Евгеньевич тщательно изучал все подаваемые в совет работы и давал им точную и объективную оценку. При обнаружении в работе недостатков он объяснял соискателю, как их следует устранить. Все, кто прошел через ученый совет, который столько лет возглавлял Петр Евгеньевич, отмечали теплую и неформальную атмосферу заседаний. Так же исключительно ответственно и всегда доброжелательно по отношению к авторам Петр Евгеньевич выполнял свои обязанности главного редактора.

Дверь в его кабинет всегда была открыта для студентов, аспирантов, сотрудников кафедры и факультета. Не отказывал он в консультации и другим людям, которые обращались к нему за помощью. И все они получали четкие и ясные ответы на свои вопросы.

Петр Евгеньевич награжден орденом Почета, почетным знаком «За отличные успехи в работе в области высшего образования СССР» и почетной грамотой СПбГУ «За педагогическое мастерство и подготовку научных кадров». Следует отметить, что полученные им награды и премии Петр Евгеньевич не считал личной заслугой, а воспринимал их как положительную оценку деятельности всей кафедры.

Петр Евгеньевич был заботливым мужем. Его жена Татьяна Михайловна, доцент кафедры статистического моделирования, является соавтором его работ, в которых исследуются случайные воздействия. Созданная ею семейная атмосфера любви и теплоты, постоянная поддержка позволили Петру Евгеньевичу добиться таких выдающихся успехов в науке. Петр Евгеньевич был прекрасным отцом двух замечательных дочерей. Старшая дочь Таня, старший научный сотрудник ИПМаш, постоянно помогала отцу и является соавтором многих его последних работ. Младшая Саша выбрала другой путь и стала художником. На ее счету около 30 художественных выставок и членство в Творческом союзе художников России.

Петр Евгеньевич был неутомимым путешественником, а Татьяна Михайловна — его неизменной спутницей. Началось все с гор Кавказа, но и в поездках на конференции он стремился подняться на любую гору, которая была в пределах досягаемости. Следующим увлечением стало плавание на байдарке, в том числе и по северным рекам и озерам. Вместе с Татьяной Михайловной он до последних дней совершал многочасовые прогулки по лесам в окрестностях Петергофа.

Заядлый шахматист, кандидат в мастера спорта, он в течение сорока лет регулярно три раза в неделю играл по 12 блиц-партий со своим учеником С. Б. Филипповым. Счет всегда был не в пользу ученика.

Высокий профессионализм, ответственное отношение к делу и постоянная готовность прийти на помощь снискали Петру Евгеньевичу авторитет и уважение коллег и учеников. Нам будет очень не хватать Петра Евгеньевича — великого ученого, любимого учителя, человека большого таланта. Светлая ему память.

От имени: Х. Альтенбаха, С. М. Бауэр, В. Г. Быкова, Л. А. Венатовской, Е. Б. Воронковой, И. Г. Горячевой, Д. А. Индейцева, Ю. Д. Каплунова, А. С. Ковачева, Л. Ю. Коссовича, Е. В. Кустовой, Г. А. Кутеевой, Г. И. Михасева, В. А. Морозова, Н. Ф. Морозова, Н. В. Наумовой, Г. А. Нестерчука, Г. В. Павилайнен, А. И. Разова, А. Л. Смирнова, А. А. Тихонова, С. Б. Филиппова, М. П. Юшкова

главный редактор А.К.Беляев