

## Бесконтактный захват и удаление объекта космического мусора с помощью электромагнитной индукции\*

*И. К. Патель, А. А. Тихонов*

Санкт-Петербургский государственный университет,  
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

**Для цитирования:** Патель И. К., Тихонов А. А. Бесконтактный захват и удаление объекта космического мусора с помощью электромагнитной индукции // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2021. Т. 8 (66). Вып. 4. С. 670–682. <https://doi.org/10.21638/spbu01.2021.413>

Анализируется возможность бесконтактного захвата электропроводящего объекта космического мусора (ОКМ) с использованием электромагнитной индукции на основе закона индукции Фарадея и закона Ленца. Предполагается, что космический аппарат (КА), осуществляющий захват ОКМ, снабжен тороидальной электрической катушкой, генерирующей достаточно сильное магнитное поле и индуцирующей магнитное поле на ОКМ, приближающемся к КА. Динамика орбитального движения ОКМ относительно КА моделируется с помощью уравнений Клохесси — Уилтшира и изучается численно. Предложенный метод бесконтактного электромагнитного захвата электропроводящего ОКМ может быть использован для перевода ОКМ на целевую орбиту, в частности на орбиту захоронения. Реализуемость метода обсуждается на основе результатов моделирования. Определяются направления совершенствования и развития метода.

*Ключевые слова:* активное удаление мусора, бесконтактный метод, космический мусор, электромагнитная индукция.

**1. Введение.** Количество объектов космического мусора (ОКМ) значительно увеличилось за последние десятилетия. В настоящее время по оценкам Orbital Debris Program Office (NASA) в околоземном пространстве находится примерно 23000 ОКМ с характерными размерами более 10 см,  $5 \cdot 10^5$  ОКМ с характерными размерами от 1 до 2,5 см и более  $10^8$  ОКМ с характерными размерами порядка 1 мм и меньше [1]. Все эти ОКМ представляют опасность для искусственных спутников Земли (ИСЗ), пилотируемых космических аппаратов (КА) и орбитальных станций. При этом, как показывают результаты математического моделирования [2], вероятность столкновения ИСЗ с ОКМ примерно на 30 % больше, чем вероятность столкновения спутников между собой. Поэтому задача активного удаления ОКМ является актуальной для уменьшения риска опасных столкновений.

Для решения этой задачи разрабатываются контактные и бесконтактные способы удаления ОКМ. Контактные способы захвата и удаления ОКМ основаны на

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 19-01-00146-а).

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2021

использовании контактирующих устройств, таких как роботизированная рука или трос, для прикрепления к ОКМ. Эти способы достаточно сложны в применении ввиду ограниченного числа степеней свободы и малой приспособленности к взаимодействию с вращающимися ОКМ. Например, наибольшая скорость вращения ОКМ, которую может выдержать жесткий захват, составляет всего лишь 4–5 град/с [2]. Бесконтактные методы удаления ОКМ имеют большое преимущество по сравнению с контактными методами, поскольку не требуют решения проблем, связанных с захватом и удержанием вращающегося ОКМ. Существенным общим недостатком известных бесконтактных методов удаления ОКМ является отсутствие контроля над траекторией ОКМ после выхода ОКМ из зоны взаимодействия с активным КА.

В данной работе анализируется возможность бесконтактного захвата электропроводящего ОКМ с использованием электромагнитной индукции. Предполагается, что КА, осуществляющий захват ОКМ, снабжен большой тороидальной электрической катушкой, генерирующей достаточно сильное магнитное поле и индуцирующей магнитное поле на ОКМ, приближающемся к КА. В соответствии с законом индукции Фарадея и законом Ленца возбуждается сила Лоренца, действующая на магнитно восприимчивый ОКМ, движущийся через неоднородное магнитное поле КА. В результате воздействия силы Лоренца магнитно восприимчивый ОКМ оказывается захвачен магнитным полем катушки с током. Электрическая катушка может питаться от доступных в настоящее время источников питания, таких как литий-ионные аккумуляторы, топливные элементы и ядерная энергетическая система в сочетании с аккумуляторными батареями. Предложенный метод захвата применим к ОКМ, изготовленным из парамагнитных или диамагнитных материалов, имеющих магнитную восприимчивость менее 1. К категории магнитно восприимчивых ОКМ обычно относятся отработанные топливные баки, последние ступени ракет-носителей и камеры сгорания, изготовленные из алюминия и медных сплавов [3]. Около 2 % этих объектов расположены на высоких околоземных орбитах, таких как геосинхронная орбита, где они остаются неподвижными в течение длительного периода времени [3].

**2. Постановка задачи.** В данной работе с использованием векторного магнитного потенциала катушки моделируется стационарное неоднородное магнитное поле, называемое далее индуцирующим магнитным полем катушки [4]. Рассматривается ОКМ сферической формы, радиус которого меньше радиуса катушки. Считается, что ОКМ движется по геосинхронной орбите на высоте 35 786 км над поверхностью Земли. КА, предназначенный для удаления ОКМ и далее называемый также коллектором, оснащен многовитковой электрической катушкой, которая используется для генерирования индуцирующего магнитного поля. КА приводится в движение электрореактивными двигателями, такими как двигатели с эффектом Холла или ионные двигатели [5]. Важно отметить, что для эффективного захвата ОКМ его относительная скорость по отношению к коллектору должна быть мала. Предельное значение относительной скорости можно рассчитать, используя выражение для разности скоростей, полученное из силы Лоренца. Наилучшим кандидатом для выполнения этого условия является двигатель с электрореактивной тягой. Он способен генерировать усилие тяги не менее 0.001 мН при КПД 60–80 % [6]. С помощью электрореактивных двигателей КА может постепенно приближаться к ОКМ с наименьшей относительной скоростью, необходимой для выполнения задачи. После бесконтактного захвата ОКМ коллектор поднимается на более высокую орбиту

с целью перемещения ОКМ на орбиту захоронения, расположенную в 200 км над геостационарной орбитой Земли.

**3. Магнитодинамическая сила на сфере.** Предположим, что ОКМ в виде сферической оболочки радиуса  $a$  движется со скоростью  $\mathbf{v}$  через неоднородное магнитное поле тороидального коллектора с радиусом  $R > a$  (рис. 1). Рассматривается движение ОКМ в системе координат  $Oxyz$ , связанной с КА, с началом в центре тора.

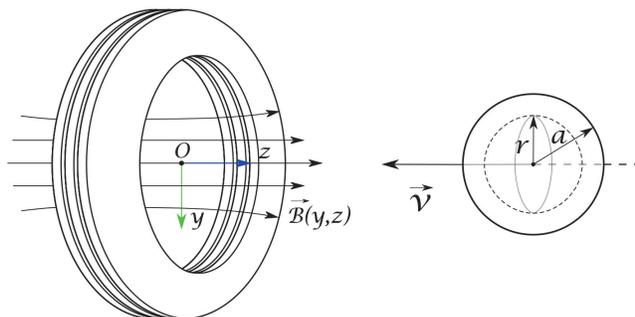


Рис. 1. Сферический ОКМ, движущийся в неоднородном магнитном поле.

Силовые линии магнитного поля вблизи оси  $Oz$  направлены вдоль оси  $Oz$ , а продольная составляющая магнитной индукции  $B_z(y)$  изменяется по величине вдоль оси  $y$ . Разлагая поперечную составляющую вектора магнитной индукции  $\mathbf{B}$  в окрестности точки  $y = 0$  в ряд Тейлора, запишем  $B_y(z)$  следующим образом:

$$B_y(z) = B_y(0) + z \frac{\partial B_y(0)}{\partial z} + \frac{z^2}{2} \frac{\partial^2 B_y(0)}{\partial z^2} + \dots \quad (1)$$

Если градиент магнитного поля значим в области с радиусом, превышающим радиус сферы, то члены более высоких порядков малости в выражении (1) значительно меньше первых двух слагаемых [7]. Следовательно, третьим и последующими слагаемыми можно пренебречь, а выражение (1) переписать в виде

$$B_y(z) = B_y(0) + z \frac{\partial B_y(0)}{\partial z}, \quad (2)$$

где  $B_y(0)$  является постоянной для стационарного магнитного поля. Таким образом,  $B_y(0)$  можно заменить на  $B_0$  в уравнении (2).

Для рассматриваемой задачи о движении проводящей сферы запишем уравнения Максвелла следующим образом [8]:

$$\begin{cases} \mathbf{j} \times \mathbf{B} = \text{grad } p, \\ \nabla \cdot \mathbf{j} = 0, \\ \mathbf{j} = \sigma (-\nabla \phi + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \end{cases} \quad (3)$$

Здесь,  $\mathbf{j}$ ,  $p$ ,  $\sigma$ ,  $\mathbf{v}$  и  $\phi$  — индуцированная плотность электрического тока, давление магнитного поля, обусловленное силой Лоренца, электропроводность сферы, скорость

сферы и потенциал соответственно. В данной постановке задачи объект космического мусора является сферой. Это означает, что главный вектор внутренних сил Лоренца равен нулю, т. е. в правой части уравнения (3<sub>1</sub>) рассматривается случай  $\text{grad} p = 0$ .

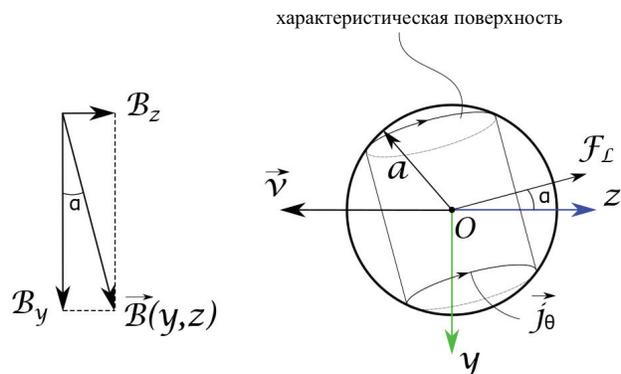


Рис. 2. Влияние неоднородного магнитного поля на движение сферы.

Скорость сферы направлена в сторону, противоположную оси  $z$ , а вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}$  — в направлении, показанном на рис. 2. Вектор  $\mathbf{B}(y, z)$  можно разделить на две составляющие: поперечную составляющую  $B_z(y, z)$  и вертикальную составляющую  $B_y(y, z)$ . Закон Ампера подразумевает, что магнитное поле является соленоидальным ( $\nabla \times \mathbf{B} = 0$ ) независимо от размера катушки, согласно закону Ампера — Максвелла. Поэтому можно предположить, что распределение магнитного поля является осесимметричным [8], и далее рассматривать магнитное поле только в плоскости  $(y, z)$ . Для планарной составляющей индукции магнитного поля с координатами  $B_y(y, z)$  и  $B_z(y, z)$  на основании  $\nabla \times \mathbf{B} = 0$  имеем

$$\frac{\partial B_y}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial y}. \quad (4)$$

Поскольку  $B_y \neq 0$  на основании (2), то  $\frac{\partial B_z}{\partial y} \neq 0$ .

Что касается неоднородности магнитного поля, то вызванные ею вихревые токи протекают по цилиндрической характеристической поверхности, концентрической с диаметром, параллельным вектору магнитной индукции  $\mathbf{B}(y, z)$  (рис. 2). Направление вектора плотности электрического тока  $\mathbf{j}_\theta$  определяется по закону Ленца. Сила Лоренца  $\mathbf{F}_L$  всегда действует в направлении, перпендикулярном характеристической поверхности. С целью упрощения вывода уравнений динамики сферического ОКМ целесообразно использовать цилиндрическую систему координат, в которой проще записываются вихревые токи на поверхности сферы. Начало этой системы расположено в центре  $O$  сферы с радиус-вектором  $r$ , направленным к поверхности, расположенным под углом  $\theta$  от положительной оси  $x$ , и азимутальной осью  $y$ , направленной ортогонально плоскости чертежа (рис. 3).

Скорость сферы, представленная в виде разложения по базису  $\hat{e}_r, \hat{e}_\theta, \hat{e}_y$  цилиндрической системы координат, имеет вид  $\mathbf{v} = v \hat{k} = -v \sin \theta \hat{e}_r - v \cos \theta \hat{e}_\theta$ . Для отыскания зависимости плотности электрического тока  $\mathbf{j}$  от координат  $x, y, z$  возьмем

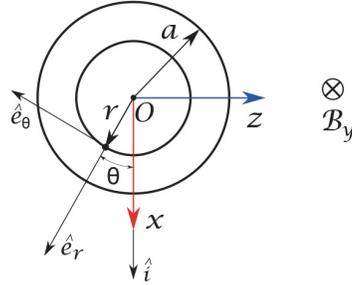


Рис. 3. Цилиндрическая система координат  $O r \theta y$ .

ротор уравнения (3<sub>1</sub>), учитывая, что  $\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$  и  $\mathbf{B} = B_0 \hat{k}$ . Получим

$$B_0 \nabla \times (\mathbf{j} \times \hat{k}) = B_0 \left( \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial z} - (\nabla \cdot \mathbf{j}) \hat{k} \right) = B_0 \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial z} = \mathbf{0}. \quad (5)$$

Граничное условие для тока, протекающего по характеристической поверхности, в цилиндрической системе координат записывается следующим образом:

$$y = \pm \sqrt{a^2 - r^2}. \quad (6)$$

Кроме того, поскольку орт  $\hat{n}$  нормали к характеристической поверхности ортогонален направлению вектора плотности электрического тока, то  $\mathbf{j} \cdot \hat{n} = 0$ . Рассмотрим скалярную функцию  $F(r, \theta, y)$ , представляющую поверхность сферы радиуса  $r$ , для нахождения орта нормали  $\hat{n}$  [7]:

$$F(r, \theta, y) = \mp y - \sqrt{a^2 - r^2}. \quad (7)$$

На поверхности сферы радиуса  $a$  функция  $F(r, \theta, y)$  принимает постоянное значение, равное нулю. Градиент функции  $F(r, \theta, y)$ , вычисляемой в уравнении (7), ортогонален поверхности постоянного значения [7]

$$\nabla F = \mp \hat{e}_y - \frac{r}{\sqrt{a^2 - r^2}} \hat{e}_r. \quad (8)$$

Нормируя выражение (8), получим орт нормали к характеристической поверхности радиуса  $r$ :

$$\hat{n} = \mp \sqrt{1 - (r/a)^2} \hat{e}_y - (r/a) \hat{e}_r. \quad (9)$$

На основании равенства  $\mathbf{j} \cdot \hat{n} = 0$  уравнение (9) дает граничное условие для плотности электрического тока:

$$\mp \sqrt{1 - (r/a)^2} j_y - (r/a) j_r = 0. \quad (10)$$

Поскольку  $\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial z} = 0$ , то  $\mathbf{j}$  является функцией только  $r$  и  $\theta$ . Из уравнения (10) получаем, что  $j_r$  и  $j_y$  равны нулю. Следовательно,  $j_\theta$  — единственная ненулевая компонента плотности тока. Далее, обращаясь к уравнению (3<sub>2</sub>), обнаруживаем,

что  $\frac{\partial j_\theta}{\partial \theta} = 0$ , откуда следует, что  $j_\theta$  является функцией одного лишь  $r$ :  $\mathbf{j} = j_\theta(r) \hat{e}_\theta$ . Преобразовав уравнение (3<sub>3</sub>) к цилиндрической системе координат и подставив выражения для скорости и магнитной индукции (2), получим

$$\mathbf{j}_\theta(r) = -\sigma \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \hat{e}_\theta + (-v) \hat{k} \times \left( B_0 + r \sin \theta \frac{\partial B_0}{\partial z} \right) \hat{j} \right]. \quad (11)$$

Отсюда находим  $\theta$ -компоненту вектора плотности электрического тока:

$$j_\theta(r) = -\sigma \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - v \sin \theta \left( B_0 + r \sin \theta \frac{\partial B_0}{\partial z} \right) \right] \hat{e}_\theta. \quad (12)$$

Интегрируя выражение (12) по  $\theta$  от 0 до  $2\pi$  и деля результат интегрирования на  $2\pi$ , получаем окончательное выражение вектора плотности тока для всей сферы:

$$\mathbf{j}_\theta(r) = \frac{\sigma r v}{2} \frac{\partial B_0}{\partial z} \hat{e}_\theta. \quad (13)$$

Элементарная сила Лоренца на сферическом элементе радиуса  $r$  записывается как  $d\mathbf{f}_L = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$  [9]. Заменяя  $\mathbf{j}$  на  $\mathbf{j}_\theta(r)$  на основании уравнения (13) и подставив  $\mathbf{B}$  в виде (2), получим

$$d\mathbf{f}_L = \frac{\sigma r v}{2} \frac{\partial B_0}{\partial z} \left( B_0 + r \sin \theta \frac{\partial B_0}{\partial z} \right) \hat{e}_r. \quad (14)$$

Следовательно, результирующая сила, действующая на элемент сферического объема  $dV = r dr d\theta dy$  в направлении  $z$ , может быть представлена как [7]

$$dF_L^z = d\mathbf{f}_L \cdot \hat{k} dV. \quad (15)$$

Интегрируя (15) по  $\theta$  от 0 до  $2\pi$  с граничными условиями, определяемыми выражениями (6), получаем элементарную силу, приложенную к сфере:

$$dF_L^z = \int_0^a \int_{-\sqrt{a^2-r^2}}^{\sqrt{a^2-r^2}} \int_0^{2\pi} \frac{\sigma r v}{2} \frac{\partial B_0}{\partial z} \left( B_0 + r \sin \theta \frac{\partial B_0}{\partial z} \right) (-\sin \theta) r d\theta dy dr. \quad (16)$$

Интегрируя (16), находим следующее выражение для силы Лоренца, действующей на всю сферу, вдоль оси  $z$ :

$$dF_L^z = -\frac{2}{15} \pi a^5 \sigma v \left( \frac{\partial B_0}{\partial z} \right)^2. \quad (17)$$

С другой стороны, сила, действующая на сферу вдоль оси  $z$ , может быть представлена как  $dF_L^z = m \frac{dv}{dt} = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho \frac{dv}{dt}$ , где  $\rho$  — плотность сферы. Приравнявая это выражение к (17), получим уравнение движения сферического ОКМ в продольном магнитном поле:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\sigma a^2}{10\rho} v \left( \frac{\partial B_0}{\partial z} \right)^2 = 0. \quad (18)$$

**4. Орбитальная динамика.** Математическая модель, описывающая динамику увода КА вместе с захваченным ОКМ с орбиты, строится при следующих предположениях:

- массы КА и ОКМ малы по сравнению с массой Земли, поэтому в системе преобладает только гравитационная сила, обусловленная Землей;
- движение системы является плоским;
- ОКМ находится на круговой экваториальной орбите;
- расстояние между КА и ОКМ мало по сравнению с радиусами их орбит;
- КА движется с постоянным касательным ускорением;
- сила тяги  $P$ , действующая на КА, очень мала (порядка  $10^{-3}$  Н);
- ОКМ является электропроводящим и обладает магнитной восприимчивостью (парамагнитной или диамагнитной).

Рассмотрим движение ОКМ в связанной с КА ортогональной системе координат Эйлера – Хилла, показанной на рис. 4. Система Эйлера – Хилла по своей природе неинерциальна, потому что КА движется с постоянным ускорением из-за действия электродвигателя. Сила тяги  $P$  направлена в сторону движения КА вдоль траектории для перемещения ОКМ на более высокую орбиту. Положение ОКМ относительно коллектора определяется вектором  $d$ :

$$d = (x, y)^T. \quad (19)$$

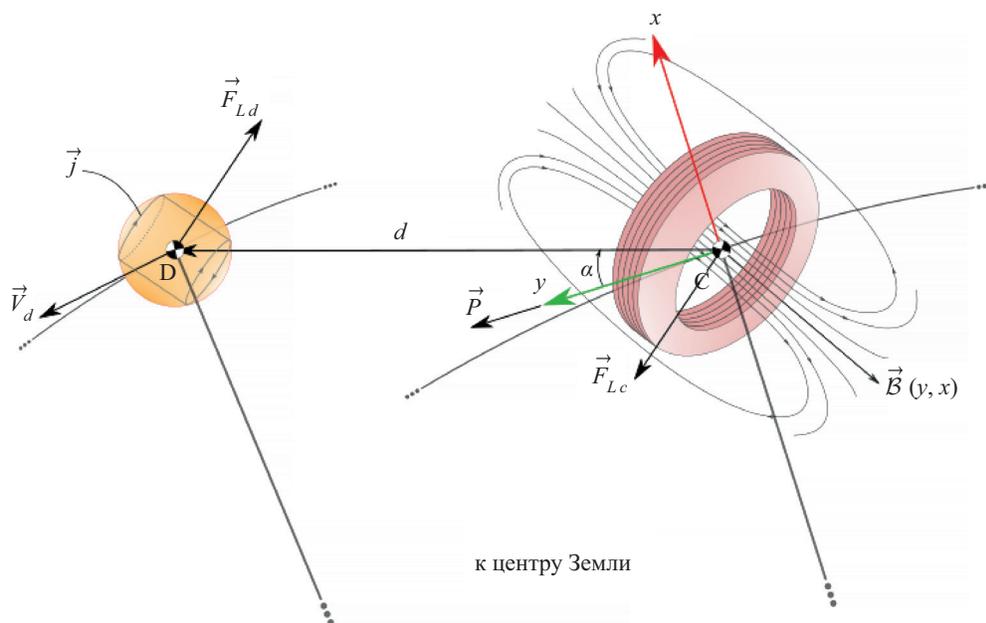


Рис. 4. Относительное движение КА и ОКМ в системе координат Эйлера – Хилла.

Движение ОКМ относительно КА в системе координат Эйлера – Хилла описывается классическими уравнениями Клохесси – Уилтшира [10]:

$$\ddot{x} - 2n(t)\dot{y} - 3n^2(t)x = a_x, \quad \ddot{y} + 2n(t)\dot{x} = a_y, \quad (20)$$

где  $a_x$  и  $a_y$  – проекции относительного ускорения  $a$  на оси  $x$  и  $y$ ,  $n(t) = \sqrt{\mu/R_c^3}$  – орбитальная угловая скорость центра масс КА, которая не является постоянной из-за

действия силы тяги  $\mathbf{P}$ . Орбитальное угловое ускорение  $\dot{n}$  можно аппроксимировать следующим выражением:

$$\dot{n} = a_\alpha / R_\otimes = P / (R_\otimes (m_c + m_d)), \quad (21)$$

где  $a_\alpha$  — касательное ускорение,  $R_\otimes$  — расстояние от центра Земли до центра масс системы КА + ОКМ. В рассматриваемой задаче  $R_\otimes = 42\,157$  км,  $P = 10^{-2}$  Н. Принимая во внимание общую массу КА и ОКМ,  $m_c + m_d = 3000$  кг, найдем орбитальное угловое ускорение по формуле (20):

$$\dot{n} = 0.010 / (3000 \cdot 42157 \cdot 10^3) = 7.9 \cdot 10^{-14} \text{ с}^{-2}. \quad (22)$$

Результат (22) свидетельствует о том, что значение скорости изменения  $n(t)$  намного меньше, чем значение  $n^2 = 7.3 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-2}$ . Это позволяет сделать вывод о том, что величиной  $\dot{n}$  можно пренебречь и рассматривать  $n$  как постоянную. Таким образом, получаем упрощенные уравнения относительного движения

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2x = a_x, \quad \ddot{y} + 2n\dot{x} = a_y. \quad (23)$$

Вектор относительного ускорения можно записать в виде

$$\mathbf{a} = (a_x, a_y)^\top = (\mathbf{a}_{Ld} - \mathbf{a}_{Lc}) - m_c^{-1} (0, P)^\top. \quad (24)$$

Здесь первые две составляющих (сгруппированные вместе) — ускорения, вызванные силой Лоренца,  $\mathbf{a}_{Ld}$  — ускорение, вызванное силой Лоренца, действующей на ОКМ со стороны индуцирующего магнитного поля КА:

$$a_{Ld} = -\frac{\sigma_d R_d^2}{10\rho_d} V_d (B'_c)^2. \quad (25)$$

Аналогично,  $\mathbf{a}_{Lc}$  — ускорение, вызванное силой Лоренца, действующей на КА со стороны индуцированного магнитного поля ОКМ:

$$a_{Lc} = -\frac{\sigma_c R_c^2}{10\rho_c} V_c (B'_{id})^2, \quad (26)$$

где  $\sigma$ ,  $R$ ,  $V$  и  $\rho$  — проводимость, радиус, скорость и плотность соответствующих объектов — КА и ОКМ.  $B'_{id}$  и  $B'_c$  — производные по локальным координатам соответственно от индуцированного магнитного поля ОКМ и индуцирующего магнитного поля КА. Последняя составляющая в (24) представляет собой постоянное по величине ускорение  $a_P$ , вызванное силой тяги электродвигателя.

Заметим, что динамику относительного движения КА и ОКМ значительно удобнее описывать не в декартовых координатах  $x, y$ , а в полярных координатах  $d, \alpha$ , где полярным радиусом является введенное выше расстояние  $d$ , а полярным углом — угол  $\alpha$ , показанный на рис. 4. Перейдем в уравнениях Клохесси — Уилтшира (23) к полярным координатам по формулам

$$x = d \sin \alpha, \quad y = d \cos \alpha. \quad (27)$$

Получим дифференциальные уравнения

$$\begin{cases} \ddot{d} = (3n^2 \sin^2 \alpha - 2n\dot{\alpha} + \dot{\alpha}^2) d + a_L^{(d)} - a_P \cos \alpha, \\ \ddot{\alpha} = 2(n - \dot{\alpha}) \frac{\dot{d}}{d} + \frac{3n^2}{2} \sin 2\alpha + a_L^{(\alpha)} + \frac{a_P}{d} \sin \alpha. \end{cases} \quad (28)$$

Здесь  $a_L^{(d)} = a_{Lc}^{(d)} - a_{Ld}^{(d)}$  и  $a_L^{(\alpha)} = a_{Lc}^{(\alpha)} - a_{Ld}^{(\alpha)}$  являются составляющими ускорения, обусловленного силой Лоренца, действующей на ОКМ и КА вдоль радиального и углового направлений соответственно.

Для моделирования магнитного поля катушки радиуса  $R$  с числом витков  $N$  и входным током  $I$  можно использовать, согласно [11], приближенное выражение магнитного векторного потенциала  $A_\Phi$ :

$$A_\Phi(d, \alpha) = \frac{\mu_0 \pi N R^2 I d \sin \alpha}{4\pi (d^2 + R^2)^{3/2}} \left( 1 + \frac{15 R^2 d^2 \sin^2 \alpha}{8 (d^2 + R^2)^2} \right). \quad (29)$$

Магнитная индукция  $\mathbf{B}$  может быть получена на основании формулы (29):

$$B_d = \frac{1}{d \sin \alpha} \frac{\partial}{\partial \alpha} (A_\Phi \sin \alpha), \quad B_\alpha = -\frac{1}{d} \frac{\partial}{\partial d} (A_\Phi d). \quad (30)$$

Время перехода на орбиту захоронения может быть оценено выражением [10]

$$t_{tr} \approx c \frac{m_c + m_d}{P} \left[ 1 - \exp\left(\frac{-\Delta v}{c}\right) \right], \quad (31)$$

где  $c$  — скорость истечения струи электрореактивного двигателя в системе отсчета, связанной с КА,  $\Delta v$  — разность между орбитальными скоростями на начальной орбите с высотой  $h_0$  и на целевой орбите с высотой  $h_t = h_0 + \Delta h$ .

Изменение большой полуоси КА с захваченным ОКМ во время маневра переноса вычисляется в соответствии с уравнением [10]

$$a(t) = \mu \left[ v_0 - c \ln\left(\frac{\tau}{\tau - t}\right) \right]^{-2}, \quad (32)$$

где постоянная времени  $\tau = m_c / \dot{m} = m_c c / P$  — это отношение массы КА и расхода массы, а начальная орбитальная скорость  $v_0$  равна  $\sqrt{\mu / R_E + h_0}$ . Отметим, что выражение (32) предназначено для разворачивающейся спирали траектории перехода с малой тягой, поскольку осевая сила  $\mathbf{P}$  действует в направлении движения КА по орбите.

**5. Численное моделирование.** Рассмотрим движение системы КА + ОКМ, описываемое дифференциальными уравнениями (28), с параметрами, приведенными в табл. 1. Следует отметить, что используемые параметры и начальные условия движения являются чисто модельными. В качестве ОКМ рассматривается типичный сферический гидразиновый топливный бак с радиусом 10 см.

Предполагая, что коллектор оборудован электрореактивным двигателем, рассчитаем время, необходимое для перемещения ОКМ с геостационарной орбиты на орбиту захоронения, по формуле (31). Подстановка в эту формулу значений параметров из табл. 1 дает общую продолжительность времени перехода в 25.22 дня. Выберем следующие начальные условия для интегрирования системы (31):

$$d(0) = 5 \text{ м}, \quad \dot{d}(0) = 0 \text{ м/с}, \quad \alpha(0) = 0.1 \text{ рад}, \quad \dot{\alpha}(0) = 0 \text{ рад/с}. \quad (33)$$

Дифференциальные уравнения относительного движения КА и ОКМ (28) численно интегрируются для различных значений входного тока в диапазоне от 0 до

Таблица 1. Параметры системы

Параметр, ед. СИ	Обозначение	Величина
Внутренний радиус катушки, м	$R_c$	1.5
Радиус сферы (ОКМ), м	$R_d$	0.1
Осевая длина катушки, м	$L$	0.5
Масса КА, кг	$m_c$	3000
Количество витков	$N$	10 000
Плотность КА, кг/м <sup>3</sup>	$\rho_c$	2000
Плотность сферы, кг/м <sup>3</sup>	$\rho_d$	1500
Электропроводность КА, Сименс/м	$\sigma_c$	$10^4$
Электропроводность сферы, Сименс/м	$\sigma_d$	$4 \cdot 10^6$
Высота, км	$h$	35 786
Желаемое изменение высоты, км	$\Delta h$	200
Константа проницаемости, Т·м/А	$\mu$	$4\pi \cdot 10^7$
Гравитационный параметр Земли, м <sup>3</sup> /с <sup>2</sup>	$\mu_E$	$3.986044 \cdot 10^{14}$
Радиус Земли, км	$R_E$	6378
Сила тяги, Н	$P$	0.01
Эффективная скорость истечения струи, км/с	$c$	20

20 А. Изменение с течением времени расстояния  $d$  ОКМ относительно КА с различными значениями входного тока в процессе маневра перехода показано на рис. 5, а и в. Изменение с течением времени полярного угла  $\alpha$  и большой полуоси ОКМ показано на рис. 5, б и г соответственно.

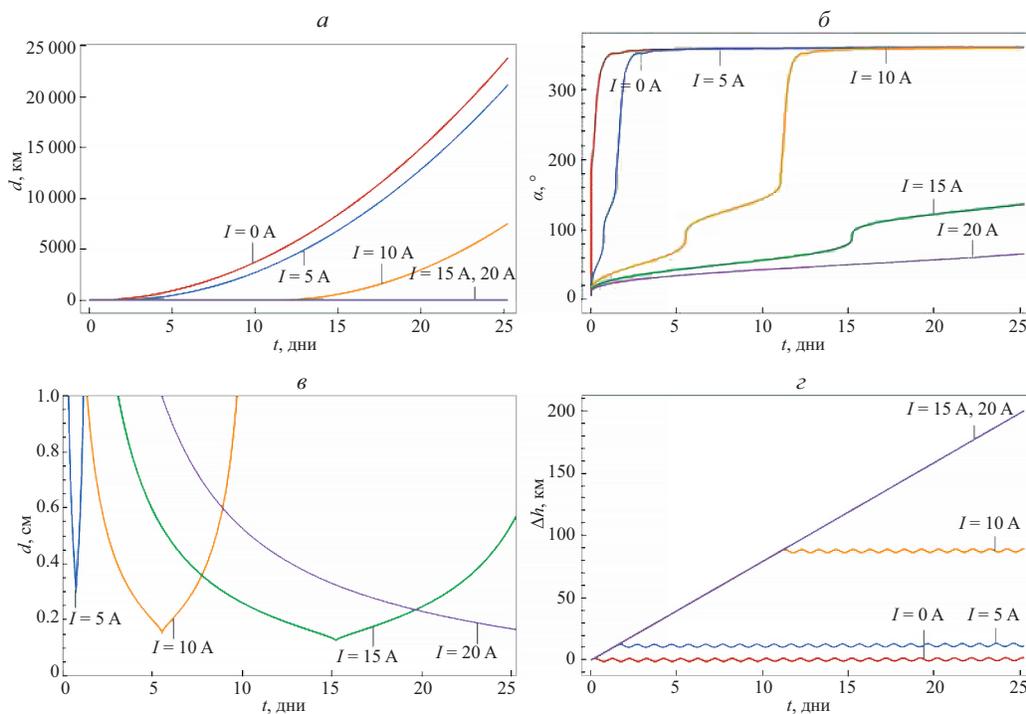


Рис. 5. а — изменение полярной координаты  $d$ , полномасштабное представление; б — полярный угол  $\alpha$ ; в — полярный радиус  $d$ , увеличенное изображение центра катушки; г — изменение большой полуоси  $\Delta h$  ОКМ во время маневра орбитального перехода.

Из графика на рис. 5, в видно, что при подаче входного тока величиной 15 и 20 А ОКМ движется к центру катушки вблизи оси с очень малой относительной скоростью. В случае подачи входного тока с величинами 5 и 10 А ОКМ быстро перемещаются к центру катушки и затем удаляются от него. Это различие в поведении ОКМ можно понять, проанализировав график на рис. 5, б для полярного угла  $\alpha$ , на котором видно, что при подаче входного тока, равного 5 и 10 А, угол  $\alpha$  изменяется от 0 до  $360^\circ$  быстрее, чем при подаче входного тока, равного 15 и 20 А. Очевидно, что больший входной ток генерирует более сильное магнитное поле, сконцентрированное вдоль оси катушки [11]. Более высокая индукция магнитного поля в катушке позволяет генерировать большую силу Лоренца на проводящем ОКМ, движущемся через эту область. Кроме того, сила Лоренца действует в направлении, ортогональном направлению движения. Следовательно, более высокая величина силы Лоренца придает большее замедление движущемуся объекту.

Аналогично, при совместном орбитальном движении КА и ОКМ проводящий ОКМ замедляется так, что он «захватывается» коллектором. Это показано на рис. 5, а–в, где приведены графики зависимости переменных  $d$  и  $\alpha$  от времени при  $I = 15$  А и  $I = 20$  А. Видно, что расстояние  $d$  постепенно изменяется от 5 до 0.15 м в течение 25 дней, в то время как угол  $\alpha$  изменяется почти линейно от 0 до  $90^\circ$  при  $I = 20$  А. Для случая, когда  $I = 15$  А, ОКМ приближается к центру коллектора на 0.15 м, но в последующем происходит быстрое изменение угла  $\alpha$  при  $t = 15$  суток, что означает вылет ОКМ из катушки в направлении, противоположном движению коллектора. Если же  $I = 20$  А, то ОКМ не покинет пределов катушки коллектора, пока не будет доставлен на орбиту захоронения. Это графически представлено на рис. 5, г, где видно, что большая полуось  $a$  ОКМ изменяется практически линейно в течение времени переноса (25 дней) при  $I = 15$  А и  $I = 20$  А. В остальных случаях ОКМ отходит от коллектора до истечения времени переноса на орбиту захоронения.

**6. Заключение.** Численное моделирование построенной системы показало, что разные величины входных токов приводят к разным последствиям. При более высоких входных токах ( $I = 15$  А и  $I = 20$  А) можно эффективно изменять большую полуось ОКМ. Предлагаемый метод может использоваться для удаления проводящего ОКМ, такого как выброшенные топливные баки, верхние ступени и камеры сгорания, которые обычно изготавливаются из медных сплавов. Хотя исследование проводилось для электропроводящего объекта, метод неприменим для объектов с низкой проводимостью. Кроме того, еще не изучены эффекты взаимодействия плазмы и гравитационных возмущений от тяжелых небесных тел. В целом, рассматриваемая задача является сложной и многогранной, а цель данной статьи — не столько в получении достоверных и практически применимых результатов расчетов, сколько в постановке проблемы, математическом моделировании функционирования бесконтактной системы удаления ОКМ и выявлении сопутствующих задач. В частности, из результатов, приведенных в работе, видно, что в дальнейшем потребуются продолжить исследование для анализа электромагнитного взаимодействия с объектами различной формы на разных высотах, изучить возможности оптимизации массово-энергетических свойств КА, предназначенного для увода ОКМ с орбиты, проанализировать свойства материалов и систем охлаждения КА, разработать метод управления движением для коррекции орбиты КА.

## Литература

1. NASA ODPO. *Debris measurements*. Доступно на: <https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/> (дата обращения: 28.08.2021).
2. Horstmann A., Keschull C., Müller S., Gamper E., Hesselbach S., Soggeberg K., Ben Larbi M. K., Becker M., Lorenz J., Wiedemann C., Stoll E. Survey of the Current Activities in the Field of Modeling the Space Debris Environment at TU Braunschweig. *Aerospace* **5** (2), 37 (2018). <https://doi.org/10.3390/aerospace5020037>
3. Sutton G. P., Biblarz O. *Rocket propulsion elements*. 7<sup>th</sup> ed. John Wiley & Sons (2001).
4. Цицикян Г. Н. Взаимные индуктивности и силы взаимодействий соосных контуров, соленоидов и катушек. *Известия АН СССР. Энергетика и транспорт*, (6), 90–99 (1985).
5. Феоктистов К. П. *Космическая техника. Перспективы развития*. Москва, Изд-во МГТУ им. Баумана (1997).
6. Choueiri E. Y. New dawn for electric rockets. *Scientific American* **300** (2), 58–65 (2009).
7. Walker J., Wells W. M. *Drag force on a conductive spherical drop in a nonuniform magnetic field*. United States, N.p. (1979). <https://doi.org/10.2172/5872573>
8. Griffiths D. J. *Introduction to electrodynamics*. 4<sup>th</sup> ed. Pearson (2013).
9. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Electrodynamics of Continuous Media*. 2<sup>nd</sup> ed. Pergamon (1984).
10. Kluever C. G. *Space Flight Dynamics*. In Ser.: Aerospace Series. 2<sup>nd</sup> ed. Wiley (2018).
11. Jackson J. D. *Classical Electrodynamics*. 3<sup>rd</sup> ed. Wiley (1999).

Статья поступила в редакцию 29 ноября 2020 г.;  
после доработки 11 апреля 2021 г.;  
рекомендована в печать 17 июня 2021 г.

Контактная информация:

Патель Ишан Киранкумар — аспирант; [p4telishan@yandex.com](mailto:p4telishan@yandex.com)

Тихонов Алексей Александрович — д-р физ.-мат. наук, проф.; [a.tikhonov@spbu.ru](mailto:a.tikhonov@spbu.ru)

## Contactless capture and removal of space debris using electromagnetic induction\*

I. K. Patel, A. A. Tikhonov

St. Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St. Petersburg, 199034, Russian Federation

**For citation:** Patel I. K., Tikhonov A. A. Contactless capture and removal of space debris using electromagnetic induction. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2021, vol. 8 (66), issue 4, pp. 670–682. <https://doi.org/10.21638/spbu01.2021.413> (In Russian)

A new method of contactless removal of space debris using electromagnetic induction is considered. The method works on the basis of Faraday’s law of induction and Lenz’s law. This paper focuses on the development of a method for capturing electrically conductive debris in order to transfer it to a separate orbit, such as the graveyard orbit. The concept is that a hypothetical toroidal coil generates a sufficiently strong magnetic field when an electric current is applied, which is implemented on the moving debris. The orbital dynamics of space debris is studied using numerical simulations. The applicability of the idea is discussed based on simulations, and strategies for improvement and further study are considered.

*Keywords:* active debris removal, contactless method, space debris, electromagnetic induction.

---

\*This work is supported by Russian Foundation for Basic Research (grant no. 19-01-00146-a).

## References

1. NASA ODPO. *Debris measurements*. Available at: <https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/> (accessed: August 28, 2021).
2. Horstmann A., Keschull C., Müller S., Gamper E., Hesselbach S., Soggeberg K., Ben Larbi M. K., Becker M., Lorenz J., Wiedemann C., Stoll E. Survey of the Current Activities in the Field of Modeling the Space Debris Environment at TU Braunschweig. *Aerospace* **5** (2), 37 (2018). <https://doi.org/10.3390/aerospace5020037>
3. Sutton G. P., Biblarz O. *Rocket propulsion elements*. 7<sup>th</sup> ed. John Wiley & Sons (2001).
4. Tsitsikyan G. N. Mutual inductance and forces of interactions of coaxial circuits, solenoids and coils. *Izvestiya AN SSSR. Energy and transport*, (6), 90–99 (1985). (In Russian)
5. Feoktistov K. P. *Space technology. Development prospects*. Moscow, Bauman Univ. Press (1997).
6. Choueiri E. Y. New dawn for electric rockets. *Scientific American* **300** (2), 58–65 (2009).
7. Walker J., Wells W. M. *Drag force on a conductive spherical drop in a nonuniform magnetic field*. United States, N. p. (1979). <https://doi.org/10.2172/5872573>
8. Griffiths D. J. *Introduction to electrodynamics*. 4<sup>th</sup> ed. Pearson (2013).
9. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Electrodynamics of Continuous Media*. 2<sup>nd</sup> ed. Pergamon (1984).
10. Kluever C. G. *Space Flight Dynamics*. In Ser.: Aerospace Series. 2<sup>nd</sup> ed. Wiley (2018).
11. Jackson J. D. *Classical Electrodynamics*. 3<sup>rd</sup> ed. Wiley (1999).

Received: November 29, 2020

Revised: April 11, 2021

Accepted: June 17, 2021

### Authors' information:

Ishan K. Patel — [p4telishan@yandex.com](mailto:p4telishan@yandex.com)

Aleksey A. Tikhonov — [a.tikhonov@spbu.ru](mailto:a.tikhonov@spbu.ru)