

ХРОНИКА

Памяти Льва Мееровича Брэгмана
(1941–2023)

Лев Меерович Брэгман родился 31 января 1941 г. в Ленинграде. Значительная часть его сознательной жизни связана с математико-механическим факультетом Ленинградского государственного университета. В 1958–1963 гг. он учился на этом факультете, окончив его с отличием. В 1963–1966 гг. учился в аспирантуре, а в 1967 г. защитил здесь кандидатскую диссертацию на тему «Релаксационный метод нахождения общей точки выпуклых множеств и его применения» под руководством И. В. Романовского. После защиты диссертации работал в должности научного сотрудника, а затем — старшего научного сотрудника в лаборатории исследования операций НИИММ до 1991 г. Все эти годы совмещал научную работу с педагогической деятельностью. Л. М. Брэгман первым разработал и прочел для студентов кафедры исследования операций курс «Экстремальные задачи», который теперь является обязательным курсом для большинства кафедр. Именно в этот период Л. М. Брэгманом были получены математические результаты, которые увековечили его имя в математике: «теорема Брэгмана» об оценке перманента матрицы, «дивергенция Брэгмана» и ряд других.

Лев Брэгман является автором и соавтором нескольких учебных пособий и около 50 публикаций в ведущих российских и международных журналах. В 1967 г. был награжден серебряной медалью ВДНХ за успехи в народном хозяйстве и создании АСУ. С 1971 г. был членом Ленинградского (впоследствии — Санкт-Петербургского) математического общества. В 1980–1986 гг. — член Всесоюзной комиссии по применению оптимального планирования и компьютеров в народном хозяйстве, которую возглавлял академик Л. В. Канторович.

Наиболее известны результаты Л. М. Брэгмана по методу нахождения общей точки выпуклых множеств. Связанные с ними термины *дивергенция Брэгмана* и *метод Брэгмана* в настоящее время широко используются: количество статей в журналах, проиндексированных в Scopus, содержащих в названиях термины, носящие имя Брэгмана, превышает 960 на май 2023 г. Что касается основной статьи [1], то



она имеет более 1700 цитирований в Scopus. Л. М. Брэгман всегда интересовался прикладными задачами, вот и эти результаты родились при обосновании итеративного алгоритма архитектора Г. В. Шелейховского в задаче расчета пассажиропотоков. Первая версия метода была опубликована в 1965 г. в Докладах АН СССР [2] (статья была представлена Л. В. Канторовичем). Далее было показано, что этот итеративный процесс сходится к ближайшей (в энтропийной псевдометрике) из допустимых точек к начальной точке итеративного процесса. Таким образом, результат итеративного метода можно интерпретировать как решение задачи векторной оптимизации с целевой точкой — начальной точкой итеративного процесса. В [1] вместо энтропийной псевдометрики было введено ее обобщение, названное впоследствии дивергенцией Брэгмана, а в совместных с И. В. Романовским и Н. И. Наумовой работах были предложены аксиоматические обоснования решений этих задач (см. например, [3]).

Понятие дивергенции было введено в работах [1, 4] следующим образом. Пусть $f(x)$, $x \in R^n$ — строго выпуклая дважды дифференцируемая функция. Определим функцию $D(x, y) = f(x) - f(y) - (\text{grad}f(y), x - y)$, где $\text{grad}f(y)$ — градиент функции $f(y)$. Функцию $D(x, y)$, являющуюся аналогом расстояния между двумя точками и называемую *дивергенцией*, оказывается удобно использовать для доказательства сходимости в качестве кандидата в функции Ляпунова. Начиная с 1990-х годов метод широко использовался в задачах машинного обучения, кластеризации, устранения шумов на изображениях, сегментации изображений, реконструкции данных и т. д. Таким образом, на сегодняшний день метод Л. М. Брэгмана и связанные с ним понятия, предложенные в 1960-х годах и носящие его имя, стали широко известными во всем мире и вошли в золотой фонд научных результатов, полученных учеными математико-механического факультета СПбГУ. Из других результатов Л. М. Брэгмана приобрела известность теорема о точной границе перманентов 0-1 матриц [5], часто называемая теоремой Брэгмана.

Коллеги по лаборатории и факультету высоко ценили скромность, доброту и отзывчивость Льва Мееровича, готовность прийти на помощь.

Л. М. Брэгман скончался 23 февраля 2023 г. в Беэр-Шеве, Израиле.

Литература

1. Брэгман Л. М. Релаксационный метод нахождения общей точки выпуклых множеств и его применение для решения задач выпуклого программирования. *Журнал вычисл. матем. и мат. физ.* **7** (3), 620–631 (1967).
2. Брэгман Л. М. Нахождение общей точки выпуклых множеств методом последовательного проектирования. *Докл. АН СССР* **162** (3), 487–490 (1965).
3. Брэгман Л. М., Наумова Н. И. Арбитражные решения с идеальной точкой, порождаемые системами функций. *Докл. АН СССР* **279** (1), 16–20 (1984).
4. Брэгман Л. М. Релаксационный метод нахождения общей точки выпуклых множеств и его применение для задач оптимизации. *Докл. АН СССР* **171** (5), 1019–1022 (1966).
5. Брэгман Л. М. Некоторые свойства неотрицательных матриц и их перманентов. *Докл. АН СССР* **211** (1), 27–30 (1973).

От имени: В. В. Бухваловой, Н. И. Наумовой,
М. Г. Сорокиной, А. Л. Фрадкова,
главный редактор А. К. Беляев