

Демпфирование вращательных и поступательных движений прямоугольной призмы*

А. Н. Рябинин

Санкт-Петербургский государственный университет,
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Для цитирования: Рябинин А. Н. Демпфирование вращательных и поступательных движений прямоугольной призмы // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2025. Т. 12 (70). Вып. 1. С. 177–185.

<https://doi.org/10.21638/spbu01.2025.113>

Гипотеза искривленных тел используется для анализа развития возмущений вращательной скорости прямоугольных призм, обдуваемых воздушным потоком при малых числах Рейнольдса. Невозмущенное движение представляет собой прямолинейное движение в направлении, перпендикулярном образующей призмы. Развитие возмущений поперечной скорости призм исследуется с применением квазистационарной гипотезы. Уравнения Навье—Стокса решаются методом конечных объемов с помощью свободно распространяемого пакета программ SU2. Изучается поведение призм, отличающихся соотношением сторон поперечного прямоугольного сечения. Возмущения вращательной скорости развиваются, если соотношение сторон меньше 10. Возмущения поступательной поперечной скорости развиваются, если соотношение сторон менее 3.

Ключевые слова: гипотеза искривленных тел, квазистационарная гипотеза, возмущения, вращательная скорость, поступательная скорость, прямоугольная призма.

1. Введение. Решение задачи об аэродинамическом моменте, действующем на призму при наличии появления вращательной скорости, выполняется с использованием гипотезы искривленных тел. В задаче о реакции на возникновение поступательного поперечного движения призм используется гипотеза стационарности.

Впервые гипотеза искривленных тел была применена в работе Г. А. Гуржиенко [1]. Принцип фиктивного искривления нашел применение в работах Г. Глауэрта по учету влияния вращения тонкого крылового профиля на его подъемную силу [1, 2]. В основе метода лежит мысль о том, что движение тела по кривой траектории, в котором присутствуют поступательные и вращательные составляющие, можно заменить поступательным движением искривленного тела. При этом местные углы атаки в соответствующих точках тела сохраняют одинаковые значения. Искривленную модель тела можно подвергнуть испытаниям в аэродинамической трубе для определения аэродинамических сил и моментов. Метод искривленных тел был применен в задаче движения дирижабля по дуге окружности. Г. А. Гуржиенко получил, что осевая линия искривленного тела должна принимать форму цепной линии. Координаты искривленной оси x и y связаны формулой

$$y = R_0 \cos \alpha_0 \left[\operatorname{ch} \left(\frac{x}{R_0 \cos \alpha_0} \right) - 1 \right],$$

*Работа выполнена с использованием ресурсов вычислительного центра СПбГУ (<http://cc.spbu.ru>).

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2025

где R_0 и α_0 — радиус дуги окружности, по которой движется тело, и соответственно угол, который составляет ось тела с вектором относительной скорости газа.

Если $y/(R_0 \cos \alpha_0) \ll 1$, цепная линия близка к параболе и к дуге окружности радиуса $R_0 \cos \alpha_0/2$.

Гипотеза искривленных моделей применялась в работах [3–4] для определения аэродинамических коэффициентов крыла в аэродинамической трубе и в численных исследованиях. Результаты применения сравнивались с данными, полученными на ротативной машине [3]. В дальнейшем метод был распространен на расчет сверхзвукового и гиперзвукового обтекания тел [5, 6].

В основе квазистационарной модели лежит предположение, что аэродинамические силы, действующие на тело, являются функцией скорости потока и углов, описывающих ориентацию тела относительно вектора скорости воздушного потока. Для поперечного обтекания воздушным потоком длинного тела, которое может перемещаться в направлении, перпендикулярном потоку, нормальная аэродинамическая сила, действующая в направлении движения, зависит только от мгновенного угла атаки α . В работе [7] зависимость $c_y(\alpha)$ квадратной призмы аппроксимировали полиномом пятого порядка. Позже [8] было получено, что лучше приближать $c_y(\alpha)$ полиномом седьмого порядка. Квазистационарная модель использовалась для описания поступательного галопирования прямоугольных цилиндров [9], цилиндров с треугольным поперечным сечением [10, 11], ромбовидным поперечным сечением [12]. Результаты исследований колебаний прямоугольных цилиндров различных пропорций приведены в монографии [13].

2. Формулировка проблемы. Численный метод. Исследовалось обтекание призм в двумерной постановке. Поперечное сечение призм имело форму прямоугольника. Невозмущенное равномерное движение призм происходило вдоль длинной стороны прямоугольника. Призмы отличались соотношением сторон прямоугольного сечения $\lambda = L/H$, которое принимало значения: 18, 12, 10, 8, 4, 3, 2 и 1.

Из рассмотрения условия равенства локальных углов атаки α вращающегося прямого (рис. 1, слева) и искривленного неподвижного тел, примененного к оси OX , ориентированной параллельно вектору скорости набегающего потока (рис. 1, справа), определялась связь между вращательной скоростью и радиусом оси искривленного тела.

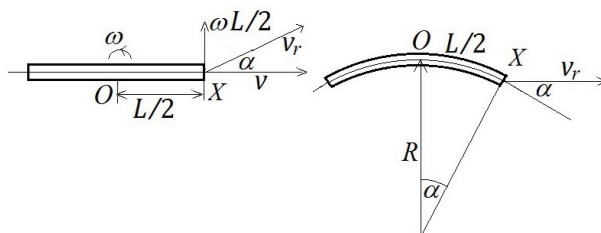


Рис. 1. Схема искривления оси, связанной с телом.

Относительная скорость передней точки, лежащей на оси, v_r , является суммой вектора скорости набегающего потока $\mathbf{v}$ и перпендикулярного ему вектора, вызванного вращением тела относительно оси, проходящей через центр тела. Абсолютная величина второго вектора равна $\omega L/2$. Угол между осью тела и относительной скоростью передней точки тела на оси выражается формулой $\operatorname{tg} \alpha = \omega L/(2v)$. Этот угол

должен быть равен углу между относительной скоростью $\mathbf{v}_r$ и искривленной осью тела. Для искривленного тела угол равен отношению длины дуги $L/2$ к радиусу дуги R . Для малых углов $\alpha \approx \operatorname{tg} \alpha$, $v_r \approx v$. Таким образом, справедливо выражение для радиуса изгиба R оси искривленного тела:

$$\frac{\omega L}{v} = \frac{L}{R}.$$

Выражение в левой части можно рассматривать как безразмерную угловую скорость вращения тела. Приведенные выше рассуждения справедливы для любой другой точки оси тела. Для призм с соотношением сторон $\lambda \geq 8$ принималась толщина тела постоянной, а передняя и задняя границы представляют собой отрезки прямых линий. Для призм с соотношением сторон $\lambda \leq 4$ радиусы верхней и нижней границы призмы определялись отдельно, и передняя и задняя границы являлись не отрезками прямых, а дугами окружности.

Поперечной скорости призмы $\dot{y}$ вдоль оси OY соответствует мгновенный угол атаки α , определяемый выражением $\alpha \approx \operatorname{tg} \alpha = -\dot{y}/v$. Таким образом, в силу гипотезы квазистационарности, зависимость коэффициента нормальной силы c_y от поперечной скорости $\dot{y}$ можно определить, рассчитывая обтекание неподвижной призмы, наклоненной под углом атаки α . В расчетах углы атаки принимали значения от 1 до 5° с шагом 1° .

Расчетная область имела форму половины круга, к плоской подветренной части которого присоединен прямоугольник. В центре круга располагалась модель. Передняя и верхняя границы расчетного объема находятся на расстоянии $80 H$ от центра тела. Задняя граница расчетного объема располагается на расстоянии $160 H$ от центра тела. Расчетные сетки были сгенерированы с помощью свободно распространяемой программы Gmsh [14].

Использовалась гибридная расчетная сетка. Вблизи стенки располагалась структурированная сетка из четырехугольников, толщина которых в геометрической прогрессии уменьшалась по мере приближения к стенке. Остальная часть расчетного объема заполнена треугольниками. Число элементов в сетках в большинстве расчетов составляло от 50 до 120 тыс. элементов. В части расчетов использовались сетки увеличенного объема. Сетки в этих расчетах измельчались или огрублялись в пограничном слое и других областях расчетного объема. Таким образом была установлена сеточная независимость.

Решение уравнений Навье—Стокса производилось методом конечных объемов с использованием свободно распространяемого пакета Stanford University Unstructured (SU2) [15]. Число Рейнольдса, определенное по высоте призмы H , $\operatorname{Re} = 375$. При этом числе Рейнольдса за призмой формируется периодическая вихревая дорожка Кармана. После получения нестационарного периодического решения определялись средние за период аэродинамические коэффициенты.

Для сравнения с опубликованными результатами [16] проведен расчет обтекания квадратной призмы при $\operatorname{Re} = 200$ при угле атаки 5° . Результаты расчетов числа Струхала (Sh), коэффициентов продольной силы c_x и нормальной силы c_y оказались близки к опубликованным литературным данным.

3. Результаты расчетов. На рис. 2, *a* приведена зависимость коэффициента подъемной силы от угла атаки для призм, соотношение сторон которых принимает значения от 1 до 8.

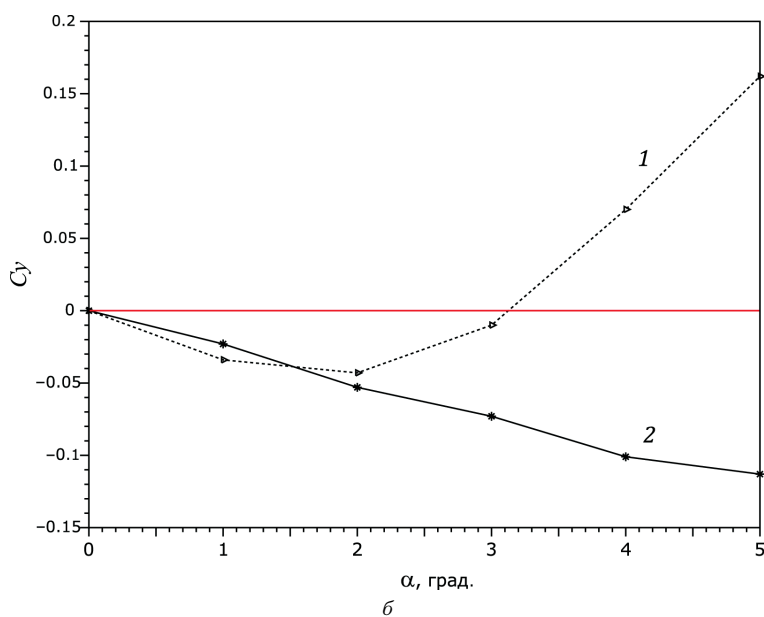
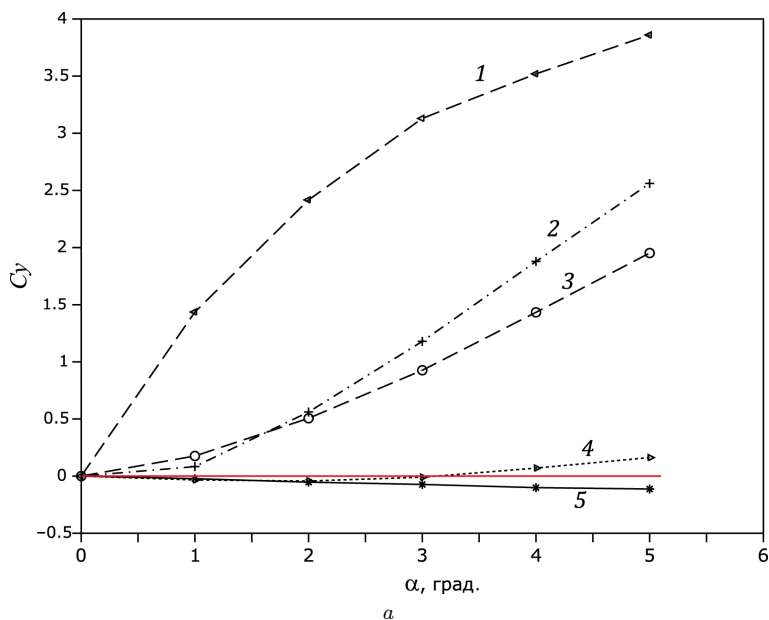


Рис. 2. Зависимость коэффициента подъемной силы от угла атаки:
 а: 1 — $\lambda = 8$; 2 — $\lambda = 4$; 3 — $\lambda = 3$; 4 — $\lambda = 2$; 5 — $\lambda = 1$; б: 1 — $\lambda = 2$;
 2 — $\lambda = 1$.

На рис. 2, б в увеличенном масштабе та же зависимость представлена для призм, имеющих удлинение 1 и 2.

Производная зависимости коэффициента подъемной силы c_y от угла атаки при нулевом угле атаки меняет знак при значении удлинения λ_0 из интервала $2 < \lambda_0 < 3$. В соответствии с гипотезой квазистационарности в этом интервале меняет знак про-

изводная $c_{\dot{y}}^{\dot{y}}$. Если $\lambda < \lambda_0$, то возникновение малых возмущений поперечной скорости призмы $\dot{y}$ приводит к дальнейшему возрастанию поперечной скорости, т. е. движение является неустойчивым. Устойчивым является движение, если $\lambda > \lambda_0$. Однако при $\lambda = 2$ конечное возмущение, соответствующее мгновенному углу атаки, превышающему 3° , не будет далее развиваться. Это означает, что неустановившееся возмущенное движение будет происходить в небольшом интервале мгновенных углов атаки. Например, это могут быть колебания поперек потока с малой амплитудой или движение с небольшой поперечной скоростью.

На рис. 3, а приведены зависимости коэффициента момента от безразмерной скорости вращения призмы, полученные в рамках метода искривленных тел. В этом случае также существует критическое значение удлинения, при котором меняется устойчивость движения. Призмы большого удлинения $\lambda = 18$, $\lambda = 12$ обладают такой устойчивостью, соответствующие вращательные производные коэффициента момента $m_z^\omega < 0$. Более короткие призмы с удлинением $\lambda = 8$, $\lambda = 4$ неустойчивы в потоке воздуха по отношению к малым возмущениям вращательной скорости. Критическое удлинение, при котором происходит смена устойчивости, лежит в окрестности $\lambda = 10$.

На рис. 3, б показаны зависимости коэффициента момента, действующего на призмы малых удлинений, от безразмерной скорости вращения. Вращательная производная коэффициента момента m_z^ω представляет собой наклон зависимостей на рис. 3. Проведем сравнение коэффициентов момента для призм разных удлинений при постоянной (фиксированной) безразмерной скорости вращения. В отличие от призм больших удлинений, у которых m_z^ω растет с уменьшением удлинения, в диапазоне малых удлинений наблюдается обратная картина — уменьшение удлинения сопровождается уменьшением вращательной производной. В наших расчетах максимальное значение вращательной производной получено для удлинения $\lambda = 4$.

Согласно расчетам, во всем диапазоне исследуемых малых удлинений движение призмы является неустойчивым по отношению к малым возмущениям вращательной скорости.

В случае, когда призма закреплена на упругой подвеске, допускающей наклоны, неустойчивым движением могут быть вращательные колебания. На изучении вращательных колебаний в аэродинамической трубе основаны методы определения вращательных производных [17]. Одним из таких методов является метод свободных колебаний [18]. Однако в этом методе определяется сумма двух вращательных производных $m_z^\omega + m_z^{\dot{\alpha}}$. В колебаниях $\omega = \dot{\alpha}$, поэтому невозможно в эксперименте с колебаниями получить отдельно вращательную производную m_z^ω . Метод искривленных моделей позволяет определить m_z^ω , в этом заключается его преимущество перед методом свободных колебаний. Следует упомянуть, что существует также и экспериментальный метод определения отдельно вращательной производной m_z^ω . Это делается на ротативных машинах — довольно редких установках, страдающих своими недостатками. Несмотря на то что эксперименты с колебаниями в аэродинамической трубе не соответствуют в полной мере расчетам, проведенным в настоящей работе, можно сравнить результаты расчетов, проведенных для малых чисел Рейнольдса, с результатами экспериментов с колеблющимися призмами ($0.5 \cdot 10^4 < Re < 5 \cdot 10^4$) [19]. Призмы, снабженные концевыми шайбами в работе [19], устанавливались в рабочей части аэродинамической трубы на упругой подвеске, позволявшей призме совершать вращательные и поступательные колебания. Поступательные колебания наблюдались для призм удлинений 2.32 и 2.78. Вращательные колебания реализовывались

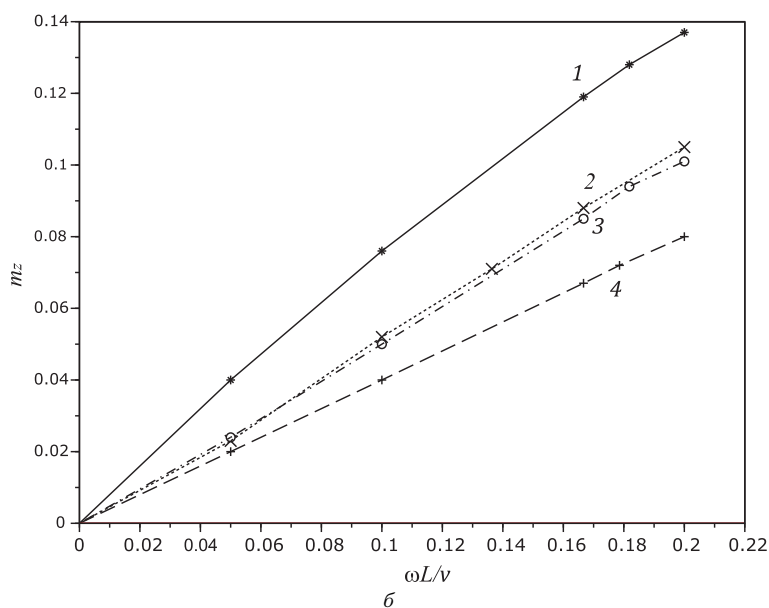
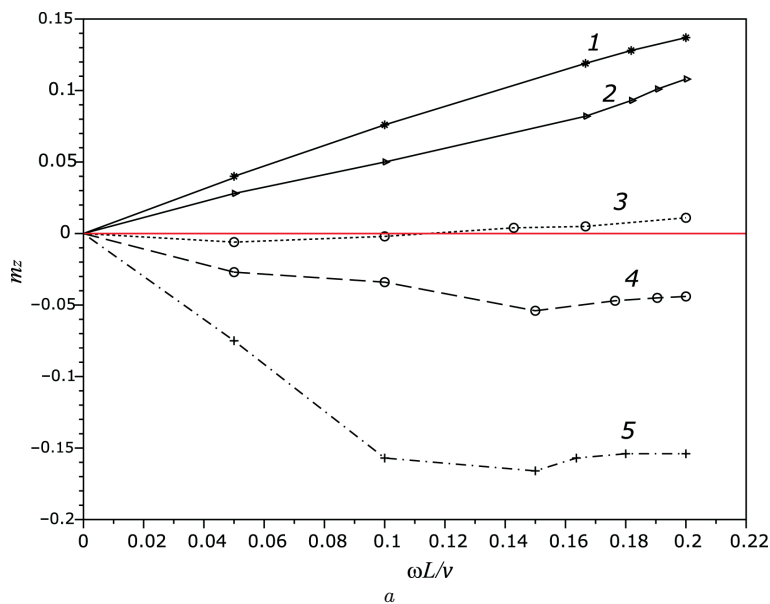


Рис. 3. Зависимость коэффициента момента от безразмерной скорости вращения: а: 1 — $\lambda = 4$; 2 — $\lambda = 8$; 3 — $\lambda = 10$; 4 — $\lambda = 12$; 5 — $\lambda = 18$; б: 1 — $\lambda = 4$; 2 — $\lambda = 3$; 3 — $\lambda = 2$; 4 — $\lambda = 1$.

для призм с удлинениями 2.78 и 4.5. Область существования поступательных колебаний находится в соответствии с результатами расчетов. Вращательные колебания для самого малого удлинения 2.32 не наблюдались. Это может быть следствием того, что силы трения в подвеске, использовавшейся в эксперименте, были достаточно велики. Другое объяснение — для разных чисел Рейнольдса условия устойчивости могут отличаться. Вопрос требует дальнейшего изучения.

4. Заключение. Квазистационарная гипотеза и гипотеза искривленных тел в сочетании с численным решением уравнений Навье — Стокса позволяют определить влияние аэродинамических сил и моментов на устойчивость прямоугольных призм различных пропорций в потоке воздуха. Оказалось, что существуют критические значения пропорции поперечных сечений призм, в которых происходит изменение типа реакции призмы на возмущения поперечной и вращательной скоростей призмы. Проведено сравнение с результатами эксперимента с призмами, закрепленными на упругой подвеске в потоке воздуха. Часть результатов эксперимент подтверждает.

Литература

1. Гуржиенко Г. А. Метод искривленных моделей и применение его к изучению криволинейного полета воздушных кораблей. *Тр. ЦАГИ* **182**, 1–64 (1934).
2. Остославский И. В. *Аэродинамика самолета*. Москва, Гос. изд-во оборон. промышленности (1957).
3. Федорова И. Б. Нелинейные компоненты нормальной силы и продольного момента тел весьма малого удлинения при установившемся движении по кругу. *Тр. ЦАГИ* **940**, 123–144 (1964).
4. Волков А. В., Ляпунов С. В., Храбров А. Н. Влияние установившегося вращения на аэродинамические характеристики профиля при наличии отрыва потока. *Ученые записки ЦАГИ* **34** (3–4), 51–59 (2003).
5. Липницкий Ю. М., Красильников А. В., Покровский А. Н., Шманенков В. Н. *Нестационарная аэродинамика баллистического полета*. Москва, Физматгиз (2003).
6. Галактионов А. Ю., Антипова М. С. Использование возможностей пакетов программного обеспечения Numesa для расчета нестационарных аэродинамических характеристик цилиндрических моделей в рамках гипотезы искривленных тел. *Лесной вестник* **6**, 163–167 (2015).
7. Parkinson G. V., Brooks N. P. H. On the aeroelastic instability of bluff cylinders. *J. Appl. Mech.* **28**, 252–258 (1961).
8. Parkinson G. V., Smith J. D. The square prism as an aeroelastic nonlinear oscillator. *Quart. J. Mech. Appl. Math.* **17**, 225–239 (1964).
9. Nakamura J., Tomonari Y. Galloping of rectangular prisms in an smooth and a turbulent flow. *J. Sound Vibr.* **52**, 233–241 (1977).
10. Alonso G., Meseguer J. A parametric study of the galloping stability of two dimensional triangular cross-sectional bodies. *J. Wind Engineering Industrial Aerodynamics* **94**, 241–253 (2006). <https://doi.org/10.1016/j.jeia.2006.01.009>
11. Alonso G., Meseguer J., Perez-Grande I. Galloping stability of triangular cross-sectional bodies: a systematic approach. *J. Wind Engineering Industrial Aerodynamics* **95**, 928–940 (2007). <https://doi.org/10.1016/j.jeia.2007.01.012>
12. Alonso G., Valero E., Meseguer J. An analyses on the dependence of cross section geometry of galloping stability of two-dimensional bodies having either biconvex or rhomboidal cross sections. *European J. Mech. B. Fluids* **28**, 328–334 (2009). <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2008.09.004>
13. Томпсон Дж. М. Т. *Неустойчивости и катастрофы в науке и технике*. Москва, Мир (1985).
14. Geuzaine C., Remacle J.-F. Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **79** (11), 1309 (2009). <https://doi.org/10.1002/nme.2579>
15. Palacios F., Alonso J., Duraisamy K., Colonno M., Hicken J., Aranake A., Campos A., Copeland S., Economou T., Lonkar A., Lukaczyk T., Taylor T. Stanford University Unstructured (SU²): An open-source integrated computational environment for multi-physics simulation and design. *AIAA paper* 2013-0287 (2013). <https://doi.org/10.2514/6.2013-287>
16. Joly A., Etienne S., Pelletier D. Galloping of square cylinders incross-flow at low Reynolds numbers. *J. Fluids and Structures* **28**, 232–243 (2012). <https://doi.org/10.1016/j.fluidstructs.2011.12.004>
17. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К., Табачников В. Г. *Крыло в нестационарном потоке газа*. Москва, Наука (1971).
18. Рябинин А. Н., Кауфман Д. В. Определение вращательных производных цилиндра с соосно установленным диском в воздушном потоке. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия* **8** (66), вып.1, 158–166 (2021). <https://doi.org/10.21638/spbu01.2021.114>

Статья поступила в редакцию 16 февраля 2024 г.;
доработана 22 мая 2024 г.;
рекомендована к печати 29 августа 2024 г.

Контактная информация:

Рябинин Анатолий Николаевич — д-р физ.-мат. наук, проф., ст. науч. сотр.;
<https://orcid.org/0000-0003-1237-5910>, a.ryabinin@spbu.ru

Damping of rotational and translational movements of a rectangular prism*

A. N. Ryabinin

St. Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St. Petersburg, 199034, Russian Federation

For citation: Ryabinin A. N. Damping of rotational and translational movements of a rectangular prism. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2025, vol. 12 (70), issue 1, pp. 177–185. <https://doi.org/10.21638/spbu01.2025.113> (In Russian)

The curved body hypothesis is used to analyze the development of rotational velocity perturbations of rectangular prisms blown by an air flow at low Reynolds numbers. Undisturbed motion is a rectilinear motion in a direction perpendicular to the prism's generatrix. The development of perturbations of the transverse velocity of prisms is investigated using the quasi-stationary hypothesis. The Navier—Stokes equations are solved by the finite volume method using the freely distributed SU 2 software package. The behavior of prisms differing in the aspect ratio of a transverse rectangular section is studied. It is found that rotational velocity perturbations develop if the aspect ratio is less than 10. Perturbations of the translational transverse velocity develop if the aspect ratio is less than 3.

Keywords: curved body hypothesis, quasi-stationary hypothesis, perturbations, rotational velocity, translational velocity, rectangular prism.

References

1. Gurzhienko G. A. Method of curved models and its application to the study of curvilinear flight of airships. *Trudy TsAGI* **182**, 1–64 (1934). (In Russian)
2. Ostoslavsky I. V. *Aircraft aerodynamics*. Moscow, State Publishing House of the Defense Industry (1957). (In Russian)
3. Fedorova I. B. Nonlinear components of the normal force and the longitudinal moment of bodies of very small elongation in steady motion in a circle. *Trudy TsAGI* **940**, 123–144 (1964). (In Russian)
4. Volkov A. V., Lyapunov S. V., Khrabrov A. N. The effect of steady rotation on the aerodynamic characteristics of the profile in the presence of flow separation. *TsAGI Science Journal* **34** (3–4), 51–59 (2003). (In Russian)
5. Lipnitsky Yu. M., Krasilnikov A. V., Pokrovsky A. N., Shmamenkov V. N. *Unsteady aerodynamics of ballistic flight*. Moscow, Fizmatgiz Publ. (2003). (In Russian)
6. Galaktionov A. Yu., Antipova M. C. Using the capabilities of Numeca software packages to calculate the unsteady aerodynamic characteristics of cylindrical models within the framework of the curved body hypothesis. *Forestry Bulletin* **6**, 163–167 (2015). (In Russian)

*The work was performed using the resources of the computing center St. Petersburg State University (<http://cc.spbu.ru>).

7. Parkinson G. V., Brooks N. P. H. On the aeroelastic instability of bluff cylinders. *J. Appl. Mech.* **28**, 252–258 (1961).
8. Parkinson G. V., Smith J. D. The square prism as an aeroelastic nonlinear oscillator. *Quart. J. Mech. Appl. Math.* **17**, 225–239 (1964).
9. Nakamura J., Tomonari Y. Galloping of rectangular prisms in an smooth and a turbulent flow. *J. Sound Vibr.* **52**, 233–241 (1977).
10. Alonso G., Meseguer J. A parametric study of the galloping stability of two dimensional triangular cross-sectional bodies. *J. Wind Engineering Industrial Aerodynamics* **94**, 241–253 (2006). <https://doi.org/10.1016/j.jeja.2006.01.009>
11. Alonso G., Meseguer J., Perez-Grande I. Galloping stability of triangular cross-sectional bodies: a systematic approach. *J. Wind Engineering Industrial Aerodynamics* **95**, 928–940 (2007). <https://doi.org/10.1016/j.jeja.2007.01.012>
12. Alonso G., Valero E., Meseguer J. An analyses on the dependence of cross section geometry of galloping stability of two-dimensional bodies having either biconvex or rhomboidal cross sections. *European J. Mech. B. Fluids* **28**, 328–334 (2009). <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2008.09.004>
13. Tompson J. M. T. *Instabilities and Catastrophes in Science and Engineering*. John Wiley & Sons (1982). [Rus. ed.: Tompson J. M. T. *Neustoichivosti i katastrofy v nauke i tekhnike*. Moscow, Mir Publ. (1985)].
14. Geuzaine C., Remacle J.-F. Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **79** (11), 1309 (2009). <https://doi.org/10.1002/nme.2579>
15. Palacios F., Alonso J., Duraisamy K., Colonno M., Hicken J., Aranake A., Campos A., Copeland S., Economou T., Lonkar A., Lukaczyk T., Taylor T. Stanford University Unstructured (SU²): An open-source integrated computational environment for multi-physics simulation and design. *AIAA paper* 2013–0287 (2013). <https://doi.org/10.2514/6.2013-287>
16. Joly A., Etienne S., Pelletier D. Galloping of square cylinders incross-flow at low Reynolds numbers. *J. Fluids and Structures* **28**, 232–243 (2012). <https://doi.org/10.1016/j.fluidstructs.2011.12.004>
17. Belotserkovsky S. M., Skripach B. K., Tabachnikov V. G. *A wing in unsteady gas stream*. Moscow, Nauka Publ. (1971). (In Russian)
18. Ryabinin A. N., Kaufman D. V. Determination of the rotational derivatives of a cylinder with a coaxial disc in an air flow. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy* **8** (66), iss. 1, 158–166 (2021). <https://doi.org/10.21638/spbu01.2021.114> (In Russian) [Eng. transl.: *Vestnik St. Petersburg University. Mathematics* **55**, iss. 4, 497–503 (2022). <https://doi.org/10.1134/S1063454122040197>].
19. Ryabinin A. N., Bobu Yu. E. Rotational and translational galloping of prisms in the air stream. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* **92** (12), 1787–1793 (2022). <https://doi.org/10.21883/JTF.2022.12.53745.162-22> (In Russian) [Eng. transl.: *Technical Physics* **67** (12) 1500–1555 (2022). <https://doi.org/10.21883/TP.2022.12.55189.162-22>].

Received: February 16, 2024

Revised: May 22, 2024

Accepted: August 29, 2024

Author's information:

Anatoly N. Ryabinin — <https://orcid.org/0000-0003-1237-5910>, a.ryabinin@spbu.ru