

## АСТРОНОМИЯ

УДК 521.135  
MSC 70F15, 70F07

### Об эволюции орбиты Юпитера при звездных сближениях с Солнечной системой

*Мамедли Азад Гидаят оглы*

Батабатская астрофизическая обсерватория Нахчыванского отделения НАН Азербайджана,  
Азербайджан, 7000, Нахчыван, пр. Г. Алиева, 35

**Для цитирования:** Мамедли А. Г. Об эволюции орбиты Юпитера при звездных сближениях с Солнечной системой // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2018. Т. 5 (63). Вып. 2. С. 334–345. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu01.2018.213>

В рамках ограниченной задачи трех тел исследовано пространственное движение пассивно-гравитирующего тела. Использовано точное выражение силовой функции без разложения ее в ряд. Исследовано влияние сближающей с Солнечной системой звезды на орбиту Юпитера. Показано, что сближаясь по гиперболической орбите с Солнечной системой на минимальное расстояние от 50 до 100 а. е. звезда с массой от одной до пяти солнечных масс на размеры и форму орбиты Юпитера оказывает значительное влияние только в случае, когда пробная звезда находится в перигелии, а Юпитер в соединении или в противостоянии с ней. Полученные результаты приведены в виде рисунков и таблицы.

*Ключевые слова:* небесная механика, ограниченная задача трех тел, силовая функция, элементы орбиты Юпитера.

**1. Постановка задачи. Выражение возмущающей функции.** В работах Мамедова [1, 2] рассмотрена плоская осредненная задача, а в работе Мамедли [3] — двукратно осредненная параболическая задача трех тел. Показано, что при умеренном сближении возмущающего тела с центральным, размер и форма орбиты возмущаемого тела остаются постоянными, изменяется лишь ее ориентация. В качестве возмущающего тела взята звезда солнечной массы и исследованы орбиты планет при ее сближении с Солнцем.

В работе Холшевникова и Мищука [4] рассмотрена ограниченная гиперболическая задача трех тел и дана оценка влияния звезды солнечной массы на орбиты планет при ее сближении с Солнцем на расстоянии  $q'$  от 100 до 1152 а.е. Показано, что при умеренном сближении такой звезды с Солнцем, размеры орбит планет не претерпевают никаких изменений. При сближении звезды с Солнцем на расстояние  $q' \geq 100$  а.е. наклон, эксцентриситет, долгота восходящего узла и аргумент перигелия изменяются достаточно мало.

В данной работе исследуется эволюция орбиты Юпитера при звездных сближениях с Солнечной системой в рамках ограниченной гиперболической задачи трех тел.

Пусть возмущающее тело — звезда  $P'$  имеет массу  $m'$  и движется относительно центрального тела — Солнца  $P_0$  с массой  $m_0$  по гиперболической орбите. Требуется изучить движение пассивно-гравитирующего тела — Юпитера  $P$  с массой  $m$ .

Выберем прямоугольную систему декартовых координат с началом в центре тела  $P_0$ . В этой системе координат дифференциальные уравнения движения пассивно-гравитирующего тела  $P$  запишутся так [1–3, 5]:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{\partial U}{\partial y}, \quad \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{\partial U}{\partial z}, \quad (1)$$

где силовая функция  $U = U(x, y, z, x', y', z')$  зависит от координат  $x, y, z$  и  $x', y', z'$  тел  $P$  и  $P'$  и определяется равенством

$$U = U_0 + R, \quad U_0 = \frac{G(m + m_0)}{r}, \quad R = \frac{Gm'}{r'^2} \left( \frac{r'^2}{\Delta} - r \cos \theta \right). \quad (2)$$

Здесь  $G$  — гравитационная постоянная,  $U_0$  — силовая функция невозмущенного движения, а  $R$  — возмущающая функция. Следовательно, система уравнений (1) при  $U = U_0$  или, что то же самое,  $R = 0$  представляет собой систему уравнений невозмущенного движения. Кроме того,  $r$  — радиус-вектор тела  $P$ , а  $r'$  и  $\Delta$  — расстояния возмущающего тела от центрального тела  $P_0$  и от точки  $P$ :

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2, \quad (3)$$

$$\Delta^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \theta \quad (4)$$

соответственно. Здесь  $\theta$  — угол между радиус-векторами  $r$  и  $r'$ , а косинус этого угла определяется равенством

$$\cos \theta = \frac{xx' + yy' + zz'}{rr'} = \alpha \alpha' + \beta \beta' + \gamma \gamma'. \quad (5)$$

Здесь использованы выражения для прямоугольных координат  $x, y, z$  [5–7]:

$$\begin{aligned} x &= r \cdot \alpha, & \alpha &= \cos u \cos \Omega - \cos i \sin u \sin \Omega, \\ y &= r \cdot \beta, & \beta &= \cos u \sin \Omega + \cos i \sin u \cos \Omega, \\ z &= r \cdot \gamma, & \gamma &= \sin u \sin i. \end{aligned} \quad (6)$$

Если снабдить штрихами все переменные в (6), получим аналогичные выражения для координат  $x', y'$  и  $z'$  [5, 7]. Здесь  $u = v + \omega$ ,  $u' = v' + \omega'$  — аргументы широты,

$\Omega, \Omega'$  — долготы восходящего узла,  $i, i'$  — наклоны орбит тел  $P$  и  $P'$  к основной плоскости,  $\omega, \omega'$  — аргументы перицентров (для орбиты Юпитера — аргумент перигелия), а  $v, v'$  — истинные аномалии их орбит соответственно.

Заметим, что равенство (6) является решением системы уравнений (1) при невозмущенном движении, т. е. при  $U = U_0$  (или  $R = 0$ ) [5]. При возмущенном движении ( $R \neq 0$ ) решение системы уравнений (1) также представляется в виде (6) при условии, что элементы орбиты  $u', \Omega', i', a'$  и  $e'$  возмущающего тела считаются известными, а элементы орбиты  $u, \Omega, i, a, e$  тела  $P$  определяются из дифференциальных уравнений, например, из уравнений Лагранжа (см. следующий раздел) для оскулирующих элементов [5, 7].

Теперь выразим возмущающую функцию  $R$  через элементы орбиты. Для этого воспользуемся уравнением орбиты тела  $P$ :

$$r = \frac{p}{1 + e \cos v}, \quad p = a(1 - e^2) \quad (0 < e < 1). \quad (7)$$

При гиперболическом движении возмущающего тела  $P'$  имеем

$$r' = \frac{p'}{1 + e' \cos v'}, \quad p' = a'(e'^2 - 1) = q'(1 + e') \quad (e' > 1). \quad (8)$$

Таким образом, возмущающая функция  $R$  из (4) с помощью вышеприведенных формул (5)–(8) выразится через элементы орбиты в следующем виде:

$$R = \frac{Gm'}{r'^2} \left( \frac{r'^2}{\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \theta}} - r \cos \theta \right). \quad (9)$$

Для краткости записи выражения (7) и (8) для  $r$  и  $r'$ , а также выражение (5) для  $\cos \theta$  в (9) не подставлены. При численном интегрировании уравнений Лагранжа для оскулирующих элементов на компьютере такая подстановка выполнена.

**2. Уравнения Лагранжа для оскулирующих элементов.** Запишем уравнения Лагранжа для кеплеровских оскулирующих элементов в ограниченной задаче трех тел (см. [5, 7]) в новой независимой переменной  $v'$ . При этом в уравнениях Лагранжа вместо уравнения относительно средней аномалии  $M$  будем рассматривать уравнение относительно  $v$ . Для этого можно пользоваться следующими равенствами [7]:

$$\mu = G(m_0 + m) = n^2 a^3, \quad \mu' = G(m_0 + m'), \quad (10)$$

$$\frac{\partial R}{\partial M} = \frac{\partial R}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial M}, \quad \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial M} \frac{dM}{dt} + \frac{\partial v}{\partial e} \frac{de}{dt}, \quad r'^2 dv' = \sqrt{\mu' p'} dt, \quad (11)$$

$$\frac{\partial v}{\partial M} = \frac{\partial v}{\partial M_0} = \frac{a^2 \sqrt{1 - e^2}}{r^2}, \quad \frac{\partial v}{\partial e} = \frac{a \sin v}{r} \left( 1 + \frac{p}{r} \right),$$

где радиус-векторы  $r$  и  $r'$ , а также фокальные параметры  $p$  и  $p'$  определены выше

равенствами (7) и (8). Запишем уравнения Лагранжа в виде

$$\begin{aligned} \frac{da}{dv'} &= \frac{2a\delta^2}{\sqrt{p}(1-e^2)} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial v}, & \delta &= 1 + e \cos v, \\ \frac{de}{dv'} &= \frac{1}{e\sqrt{p}} \left( \delta^2 \frac{\partial \tilde{R}}{\partial v} - (1-e^2) \frac{\partial \tilde{R}}{\partial \omega} \right), \\ \frac{di}{dv'} &= \frac{1}{\sin i \sqrt{p}} \left( -\frac{\partial \tilde{R}}{\partial \Omega} + \cos i \frac{\partial \tilde{R}}{\partial \omega} \right), \\ \frac{d\Omega}{dv'} &= \frac{1}{\sin i \sqrt{p}} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial i}, \\ \frac{d\omega}{dv'} &= \frac{1}{\sqrt{p}} \left( -\frac{\cos i}{\sin i} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial i} + \frac{1-e^2}{e} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial e} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dv'} &= \frac{\delta^2 \mu}{p\sqrt{p}} \frac{r'^2}{\sqrt{\mu \mu' p'}} + \frac{1}{ep\sqrt{p}} \left[ -2a^2 \delta^2 e \frac{\partial \tilde{R}}{\partial a} - p \delta^2 \frac{\partial \tilde{R}}{\partial e} + \right. \\ &\quad \left. + a \delta^2 (1 + \delta) \sin v \frac{\partial \tilde{R}}{\partial v} - p (1 + \delta) \sin v \frac{\partial \tilde{R}}{\partial \omega} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь  $a$ ,  $e$  и  $p$  — большая полуось, эксцентриситет и фокальный параметр орбиты тела  $P$ , а  $i$ ,  $\Omega$  и  $\omega$  — наклон к основной плоскости  $xy$ , долгота восходящего узла его орбиты и аргумент перигелия соответственно.

В системе уравнений (12) функция  $\tilde{R}$  связана с возмущающей функцией  $R$  из (9) следующим образом:

$$\tilde{R} = \frac{r'^2 R}{\sqrt{\mu \mu' p'}} = A \left( \frac{r'^2}{\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \theta}} - r \cos \theta \right), \quad (14)$$

где

$$A = \frac{m'}{\sqrt{p'(m_0 + m)(m_0 + m')}}. \quad (15)$$

При этом функция  $\tilde{R}$  считается выраженной в элементах орбит подстановкой выражений (7) и (8) для  $r$  и  $r'$ , а также выражений (5) и (6) для  $\cos \theta$  в (14). Это позволяет вычислить частные производные от функции  $\tilde{R}$  по элементам орбиты. Для краткости записи такая подстановка не выполнена. При численном интегрировании уравнений Лагранжа для оскулирующих элементов на компьютере данная подстановка выполнена.

Таким образом, решая систему уравнений (12) и (13) методом численного интегрирования, находим оскулирующие элементы

$$a = a(v'), \quad e = e(v'), \quad i = i(v'), \quad \Omega = \Omega(v'), \quad \omega = \omega(v'), \quad v = v(v'),$$

а по формулам

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3(v')}} , \quad M = M_0 + n \cdot (t - t_0)$$

вычисляем среднее движение  $n = n(v')$  и среднюю аномалию  $M = M(v')$ . Затем находим связь между независимой переменной  $v'$  и временем  $t$ . Так, в случае гиперболической орбиты ( $e' > 1$ ) возмущающего тела эта связь устанавливается следующим уравнением [5]:

$$t - t_0 = \frac{q' \sqrt{q'}}{\sqrt{\mu'(e' - 1)^3}} \left[ e' \operatorname{tg} F - \ln \operatorname{tg} \left( \frac{F}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right],$$

$$\operatorname{tg} \frac{F}{2} = \sqrt{\frac{e' - 1}{e' + 1}} \operatorname{tg} \frac{v'}{2}, \quad (16)$$

где массовый параметр  $\mu'$  определяется равенством (10).

**3. Частные случаи уравнений Лагранжа.** В случае малых наклонов вместо элементов  $i$  и  $\Omega$  удобно пользоваться переменными Лагранжа  $\tilde{p}$  и  $\tilde{q}$  [7]:

$$\tilde{p} = \operatorname{tg} i \cdot \sin \Omega, \quad \tilde{q} = \operatorname{tg} i \cdot \cos \Omega, \quad i = \operatorname{arctg} \sqrt{\tilde{p}^2 + \tilde{q}^2}, \quad \Omega = \operatorname{arctg} \frac{\tilde{p}}{\tilde{q}}, \quad (17)$$

а при малых эксцентриситетах вместо элементов  $e$  и  $\omega$  следует ввести переменные Лагранжа  $\tilde{h}$  и  $\tilde{k}$  по формуле [7]

$$\tilde{h} = e \cdot \sin \omega, \quad \tilde{k} = e \cdot \cos \omega, \quad e = \sqrt{\tilde{h}^2 + \tilde{k}^2}, \quad \omega = \operatorname{arctg} \frac{\tilde{h}}{\tilde{k}}. \quad (18)$$

Как правило, переменные  $\tilde{h}$  и  $\tilde{k}$  вводятся вместо элементов  $e$  и  $\tilde{\omega} = \omega + \Omega$ . Поскольку нас интересуют изменения элементов  $e$  и  $\omega$ , воспользуемся равенством (18).

Теперь следует выразить возмущающую функцию  $\tilde{R}$  из (14), фигурирующую в системе уравнений (12) и (13), в переменных Лагранжа:

$$\tilde{R} \equiv \tilde{R} \left( v, \tilde{h}, \tilde{k}, \tilde{p}, \tilde{q}, u', i', \Omega' \right) = A \left( \frac{r'^2}{\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \theta}} - r \cos \theta \right). \quad (19)$$

Для этого достаточно заменить элементы орбиты  $e$ ,  $\omega$ ,  $\Omega$  и  $i$  в выражениях (5), (6) и (7) для  $\cos \theta$  и  $r$  переменными Лагранжа в силу равенств (17) и (18). Тогда можно вычислить частные производные от функции  $\tilde{R}$  по переменным Лагранжа. Для краткости записи выполненная такая замена здесь не приводится.

Таким образом, уравнения Лагранжа (12) и (13) в новых переменных примут вид

$$\begin{aligned}
\frac{da}{dv'} &= \frac{2a\delta^2}{\sqrt{p}(1-\tilde{h}^2-\tilde{k}^2)} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial v}, \\
\frac{d\tilde{h}}{dv'} &= \frac{\tilde{h}\delta^2}{(\tilde{h}^2+\tilde{k}^2)\sqrt{p}} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial v} + \frac{1-\tilde{h}^2-\tilde{k}^2}{\sqrt{p}} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial\tilde{k}} - \frac{\tilde{k}(1+\tilde{p}^2+\tilde{q}^2)}{\sqrt{p}(\tilde{p}^2+\tilde{q}^2)} \left( \tilde{p} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial\tilde{p}} + \tilde{q} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial\tilde{q}} \right), \\
\frac{d\tilde{k}}{dv'} &= \frac{\tilde{k}\delta^2}{(\tilde{h}^2+\tilde{k}^2)\sqrt{p}} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial v} - \frac{1-\tilde{h}^2-\tilde{k}^2}{\sqrt{p}} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial\tilde{h}} + \frac{\tilde{h}(1+\tilde{p}^2+\tilde{q}^2)}{\sqrt{p}(\tilde{p}^2+\tilde{q}^2)} \left( \tilde{p} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial\tilde{p}} + \tilde{q} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial\tilde{q}} \right), \\
\frac{d\tilde{p}}{dv'} &= \frac{\tilde{p}(1+\tilde{p}^2+\tilde{q}^2)}{\sqrt{p}(\tilde{p}^2+\tilde{q}^2)} \left( \tilde{k} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial\tilde{h}} - \tilde{h} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial\tilde{k}} \right) + \frac{\sqrt{(1+\tilde{p}^2+\tilde{q}^2)^3}}{\sqrt{p}} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial\tilde{q}}, \\
\frac{d\tilde{q}}{dv'} &= \frac{\tilde{q}(1+\tilde{p}^2+\tilde{q}^2)}{\sqrt{p}(\tilde{p}^2+\tilde{q}^2)} \left( \tilde{k} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial\tilde{h}} - \tilde{h} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial\tilde{k}} \right) - \frac{\sqrt{(1+\tilde{p}^2+\tilde{q}^2)^3}}{\sqrt{p}} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial\tilde{p}},
\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dv}{dv'} &= \frac{\delta^2\mu}{p\sqrt{p}} \frac{r'^2}{\sqrt{\mu\mu'p'}} + \frac{1}{\sqrt{\tilde{h}^2+\tilde{k}^2}p\sqrt{p}} \left\{ -2a^2\delta^2\sqrt{\tilde{h}^2+\tilde{k}^2} \frac{\partial\tilde{R}}{\partial a} + a\delta^2(1+\delta) \sin v \frac{\partial\tilde{R}}{\partial v} - \right. \\
&\quad \left. - p \left[ \frac{\delta^2\tilde{h}}{\sqrt{\tilde{h}^2+\tilde{k}^2}} - \tilde{k}(1+\delta) \sin v \right] \frac{\partial\tilde{R}}{\partial\tilde{h}} - p \left[ \frac{\delta^2\tilde{k}}{\sqrt{\tilde{h}^2+\tilde{k}^2}} - \tilde{h}(1+\delta) \sin v \right] \frac{\partial\tilde{R}}{\partial\tilde{k}} \right\}. \tag{21}
\end{aligned}$$

Здесь

$$\delta = 1 + \sqrt{\tilde{h}^2 + \tilde{k}^2} \cos v, \quad p = a(1 - \tilde{h}^2 - \tilde{k}^2).$$

Система уравнений (20) для оскулирующих элементов пригодна в случае определения элементов и исследования эволюции орбиты Юпитера, так как наклон и эксцентриситет ее орбиты достаточно малы.

**4. Изменение элементов орбиты Юпитера при сближении звезды с Солнечной системой.** В качестве примера возьмем пробную звезду, сближающуюся с Солнечной системой, с массой  $m'$ , гелиоцентрическим расстоянием  $q'$  (в а. е.) и эксцентриситетом орбиты  $e'$ . Эти параметры изменяются в пределах

$$M_{\odot} \leq m' \leq 5M_{\odot}, \quad 50 \leq q' \leq 100, \quad 1 < e' \leq 5, \tag{22}$$

где  $M_{\odot}$  — масса Солнца. Кроме того, угловые элементы  $i'$ ,  $\Omega'$  и  $\omega'$  пробной звезды отнесены к системе координат  $Oxyz$  с началом в центре Солнца и изменяются в пределах

$$0^\circ \leq i' \leq 90^\circ, \quad 0^\circ \leq \Omega' \leq 180^\circ, \quad 0^\circ \leq \omega' \leq 180^\circ. \tag{23}$$

Начальные значения элементов орбиты Юпитера взяты из Ежегодника за 1988 г. и определяются как

$$\begin{aligned}
a_0 &= 5.2026032 \text{ (а. е.)}, \quad e_0 = 0.04849485, \quad i_0 = 1^\circ 18' 11.''77, \\
\lambda_0 &= 34^\circ 21' 05.''34, \quad \pi_0 = 14^\circ 19' 52.''71, \quad \Omega_0 = 100^\circ 27' 51.''98,
\end{aligned}$$

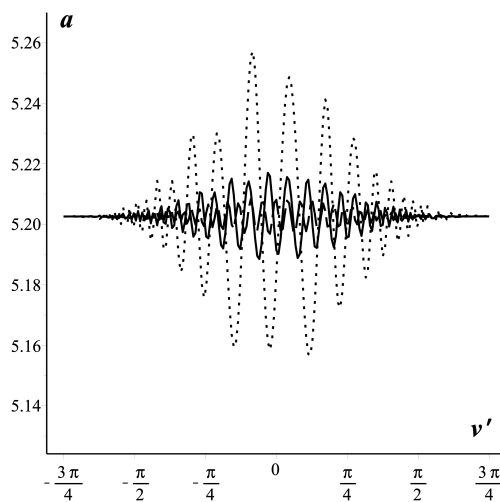


Рис. 1. Изменения большой полуоси  $a$  орбиты Юпитера в зависимости от истинной аномалии  $v'$  пробной звезды, движущейся по гиперболической орбите с  $e' = 1.15$  и  $m' = 5M_{\odot}$ : пунктирная линия соответствует  $p' = 107.5$  а.е. ( $q' = 50$  а.е.), сплошная линия —  $p' = 161.25$  а.е. ( $q' = 75$  а.е.) и штриховая линия —  $p' = 215$  а.е. ( $q' = 100$  а.е.).

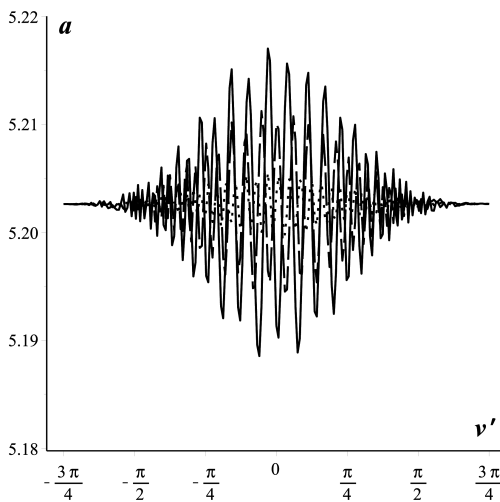


Рис. 2. Изменения большой полуоси  $a$  орбиты Юпитера при  $p' = 161.25$  а.е.: пунктирная линия соответствует значению массы  $m' = M_{\odot}$  пробной звезды, штриховая линия —  $m' = 3M_{\odot}$ , а сплошная линия —  $m' = 5M_{\odot}$ .

**Изменения элементов орбиты Юпитера**  
 $\Delta a$ ,  $\Delta e$  и  $\Delta i$  в зависимости от фокального параметра  $p'$   
 при гиперболической ( $e' = 1.15$ ) орбите звезды и от ее массы  $m'$

$p'$ (в а. е.)	$m'$	$\Delta a$ (в а. е.)	$\Delta e$	$\Delta i$ (в град.)
107.5	$M_{\odot}$	- 0.009631	0.000214	0.075275
	$3M_{\odot}$	0.025592	- 0.003532	0.169424
	$5M_{\odot}$	- 0.030154	- 0.012621	0.238626
161.25	$M_{\odot}$	0.002507	- 0.001059	0.039625
	$3M_{\odot}$	0.007816	- 0.002124	0.087279
	$5M_{\odot}$	- 0.012734	- 0.004218	0.121404
215	$M_{\odot}$	0.001077	- 0.000491	0.025249
	$3M_{\odot}$	0.003302	- 0.001224	0.055089
	$5M_{\odot}$	0.005928	- 0.001482	0.076197

причем угловые элементы Юпитера  $i_0, \lambda_0, \pi_0, \Omega_0$  отнесены к эклиптике и равноденствию эпохи J2000.0, а гравитационная постоянная равна гауссовой постоянной:  $G = k^2 = 0.000295936$ . Кроме того, элементы  $\omega_0$  и  $M_0$  для Юпитера определяются равенствами  $\omega_0 = \pi_0 - \Omega_0$ ,  $M_0 = \lambda_0 - \pi_0$ .

Используя вышеприведенные начальные значения элементов орбит Юпитера, проведено численное интегрирование системы дифференциальных уравнений (20) в переменных Лагранжа при начальном значении независимой переменной  $v'_0 = -3\pi/4$ . В качестве элементов орбиты пробной звезды взяты  $e' = 1.15$ ,  $i' = 5^\circ$ ,  $\Omega' = 80^\circ$  и  $\omega' = 40^\circ$ . При построении графиков и составлении таблиц эти элементы играют важную роль.

На рис. 1 и 2 приведены изменения большой полуоси  $a$  (с начальным значением  $a_0 = 5.2026032$  а. е.) орбиты Юпитера в зависимости от истинной аномалии  $v'$  звезды, движущейся по гиперболической ( $e' > 1$ ) орбите относительно Солнца при некоторых значениях ее массы  $m'$  (рис. 2) и фокального параметра ее орбиты  $p'$  (рис. 1). Фокальный параметр  $p'$  и перигелийное расстояние  $q'$  связаны между собой равенством  $p' = q'(1 + e')$  при гиперболической орбите звезды.

На рис. 3 и 4 приведены изменения эксцентриситета  $e$  (с начальным значением  $e_0 = 0.04849485$ ), а на рис. 5 и 6 — наклона  $i$  (с начальным значением  $i_0 = 1^\circ.30327$ ) орбиты Юпитера с аналогичными изменениями массы и перигелийного расстояния звезды с эксцентриситетом орбиты  $e' = 1.15$  в зависимости от истинной аномалии  $v'$  соответственно. Как видно из рисунков, после удаления звезды на большое расстояние от Солнца, элементы орбиты Юпитера  $a$ ,  $e$  и  $i$  изменяются и отличаются от начальных значений  $a_0$ ,  $e_0$  и  $i_0$  незначительно. Однако максимальные изменения размеров и формы орбиты Юпитера происходят только в случае, когда пробная звезда находится в перигелии, а Юпитер в противостоянии с ней.

В таблице приведены изменения элементов орбиты Юпитера  $\Delta a$ ,  $\Delta e$  и  $\Delta i$  в зависимости от фокального параметра  $p'$  при гиперболической ( $e' = 1.15$ ) орбите звезды и от ее массы  $m'$ . Как видно из таблицы, изменения элементов орбиты Юпитера — большой полуоси  $a$  и эксцентриситета  $e$  незначительны. Максимальные изменения элементов  $a$  и  $e$  имеют место в случае сближения по гиперболической орбите с Солнечной системой звезды с массой  $m' = 5M_{\odot}$  на расстояние  $q' = 50$  а. е. (или  $p' = 107.5$  а. е.).



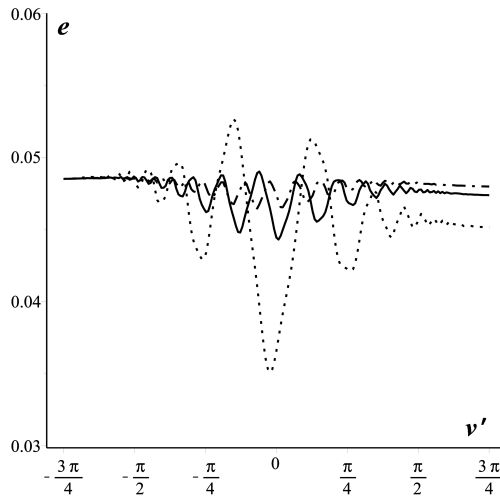


Рис. 3. Изменения эксцентриситета  $e$  орбиты Юпитера в зависимости от истинной аномалии  $v'$  пробной звезды, движущейся по гиперболической орбите с  $e' = 1.15$  и  $m' = 5M_{\odot}$ : пунктирная линия соответствует  $p' = 107.5$  а.е., сплошная линия —  $p' = 161.25$  а.е. и штриховая линия —  $p' = 215$  а.е.

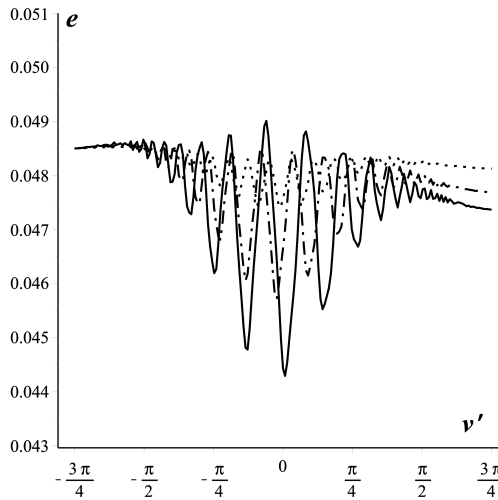


Рис. 4. Изменения эксцентриситета  $e$  орбиты Юпитера при  $p' = 161.25$  а.е.: пунктирная линия соответствует значению массы  $m' = M_{\odot}$  пробной звезды, штриховая линия —  $m' = 3M_{\odot}$ , а сплошная линия —  $m' = 5M_{\odot}$ .

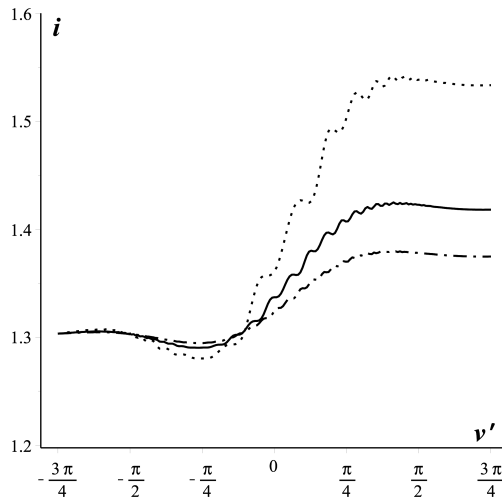


Рис. 5. Изменения наклона  $i$  орбиты Юпитера в зависимости от истинной аномалии  $v'$  пробной звезды, движущейся по гиперболической орбите с  $e' = 1.15$  и  $m' = 5M_{\odot}$ : пунктирная линия соответствует  $p' = 107.5$  а. е., сплошная линия —  $p' = 161.25$  а. е. и штрих-пунктирная линия —  $p' = 215$  а. е.

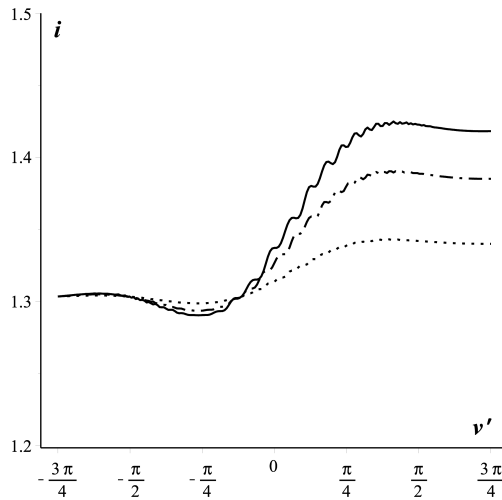


Рис. 6. Изменения наклона  $i$  орбиты Юпитера при  $p' = 161.25$  а. е.: пунктирная линия соответствует значению массы  $m' = M_{\odot}$  пробной звезды, штрих-пунктирная линия —  $m' = 3M_{\odot}$ , а сплошная линия —  $m' = 5M_{\odot}$ .

**5. Заключение.** Рассмотрена задача об эволюции орбиты Юпитера при звездных сближениях с Солнечной системой в рамках ограниченной гиперболической задачи трех тел. Исследовано влияние возмущающего тела — звезды при его сближении по гиперболической орбите с центральным телом — Солнцем на орбиты пассивно-гравитирующего тела — Юпитера. Использовано точное выражение силовой функции без разложения ее в ряд.

Определены изменения элементов орбиты Юпитера в зависимости от истинной аномалии звезды, движущейся по гиперболической орбите относительно центрального тела. Установлены также изменения элементов орбиты Юпитера в зависимости от перигелийного расстояния звезды (или фокального параметра ее орбиты) и от ее массы. Полученные результаты приведены в виде рисунков и таблиц.

Показано, что сближаясь по гиперболической орбите с Солнечной системой на минимальное расстояние от Солнца от 50 до 100 а. е. звезда с массой от одной до пяти солнечных масс на размеры и форму орбиты Юпитера влияет значительно только в случае, когда пробная звезда находится в перигелии, а Юпитер в соединении или в противостоянии с ней.

## Литература

1. Мамедов А. Г. Осредненная параболическая ограниченная задачи трех тел // Астрон. журн. 1989. Т. 66. Вып. 2. С. 377–384.
2. Мамедов А. Г. О вековых возмущениях элементов в ограниченной параболической задаче трех тел // Астрон. журн. 1991. Т. 68. Вып. 6. С. 1323–1327.
3. Мамедли А. Г. Предельный случай двукратно-осредненной параболической ограниченной задачи трех тел // Астрон. вестн. 2007. Т. 41, № 2. С. 186–189.
4. Холшевников К. В., Мищук Ю. В. Влияние звездных сближений на планетные орбиты // Вестник ЛГУ. 1983. Вып. 7. С. 72–81.
5. Дубошин Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1968.
6. Аксенов Е. П. Теория движения искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1977.
7. Субботин М. Ф. Введение в теоретическую астрономию. М.: Наука, 1968.

Статья поступила в редакцию 15 июля 2017 г.; рекомендована в печать 21 сентября 2017 г.

Контактная информация:

Мамедли Азад Гидаят оглы — канд. физ.-мат. наук, доц.; azad\_mammadli@yahoo.com

## Evolution of Jupiter's orbit under stellar approaches to the Solar system

*Mammadli Azad Hidayat oglu*

The Batabat astrophysical observatory of the Nakhzivan department of Nationale Academy Science of Azerbaijan, pr. H. Aliyeva, 35, Nakhzivan, 7000, Azerbaijan

**For citation:** Mammadli A. H. Evolution of Jupiter's orbit under stellar approaches to the Solar system. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2018, vol. 5 (63), issue 2, pp. 334–345. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu01.2018.213>

Spatial motion of passively gravitating body is investigated within the framework of the restricted three-body problem. The exact expression of the force function without expanding it in a series is used. The influence of the perturbing star as it approaches the Sun on the orbit of Jupiter is investigated. It is shown that a star approaching the Solar system

on a hyperbolic orbit to the minimum distance of 50 to 100 au with a mass of one to five solar masses, affects the size and shape of the orbit of Jupiter significantly only in the case, when the trial star is at perihelion, and Jupiter is in conjunction or in opposition to it. The results obtained are shown in the form of figures and tables.

*Keywords:* celestial mechanics, restricted three-body problem, force function, elements of orbit of Jupiter.

## References

1. Mamedov A. G., “Averaged Parabolic Restricted Three-Body Problem”, *Astron. Journal* **66**(2), 377–384 (1989) [in Russian].
2. Mamedov A. G. “About Secular Perturbations of Elements in the Restricted Parabolic Three-Body Problem”, *Astron. Journal* **68**(6), 1323–1327 (1991) [in Russian].
3. Mammadli A. G. “The Limiting Case of the Double-Averaged Parabolic Restricted Three-Body Problem”, *Astron. Vestn.* **41**(2), 186–189 (2007) [in Russian].
4. Kholshchikov K. V., Mishchuk Yu. F., “The Effect of Stellar Encounters on Planetary Orbits”, *Vestn. Leningr. Univ.*, issue 7, 72–81 (1983) [in Russian].
5. Duboshin G. N., *Celestial mechanics. The Main Problems and Methods* (Nauka, Moscow, 1968, 800 p.) [in Russian].
6. Aksenov E. P., *Theory of the Motion of Artificial Earth’s Satellites* (Nauka, Moscow, 1977, 360 p.) [in Russian].
7. Subbotin M. F., *An Introduction into Theoretical Astronomy* (Nauka, Moscow, 1968, 800 p.) [in Russian].

Author’s information:

Mammadli Azad Hidayat oglu — azad\_mammadli@yahoo.com