

## МЕХАНИКА

УДК 536.21  
MSC 74A15

## Анализ влияния процесса теплопереноса на термоупругий отклик металлов при импульсном лазерном воздействии\*

*Б. А. Зимин<sup>1</sup>, В. Е. Свентицкая<sup>2</sup>, Ю. В. Судьенков<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Институт проблем машиноведения РАН (ИПМаш РАН),  
Российская Федерация, 199178, Санкт-Петербург, В. О., Большой пр., 61

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный университет,  
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

**Для цитирования:** *Зимин Б. А., Свентицкая В. Е., Судьенков Ю. В.* Анализ влияния процесса теплопереноса на термоупругий отклик металлов при импульсном лазерном воздействии // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2018. Т. 5 (63). Вып. 1. С. 131–138. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu01.2018.114>

В работе представлен анализ влияния процесса теплопереноса в металлах на параметры термонапряжений при импульсном лазерном воздействии. Динамическая задача термоупругости рассматривается как двухстадийный процесс. Первая стадия определяется временем действия импульса излучения, вторая — динамикой процесса теплопереноса после окончания лазерного импульса. Показано, что анализ формирования напряжений на стадии теплопереноса на основе традиционной системы уравнений термоупругости позволяет адекватно описать экспериментальные результаты. При этом напряжения растяжения, сформированные в металлах на стадии теплопереноса, приводят к возможности перемещения металлических объектов в направлении источника нагрева.

*Ключевые слова:* термоупругость, теплоперенос, импульсное лазерное воздействие.

**Введение.** Решение динамической задачи термоупругости для напряжений при тепловом ударе впервые было получено В. И. Даниловской [1]. Последующее изучение проблемы динамической термоупругости [2–5] не внесло принципиальных изменений в решения, определяющие параметры термоупругих напряжений. Временные формы импульсов напряжений, описываемые этими решениями, представляют собой двуполярный импульс сжатия-растяжения с соразмерными значениями амплитуды при длительностях порядка длительности импульса облучения.

\*Работа выполнена при финансовой поддержке РФНФ (проект № 15-19-00182).

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2018

Однако в ряде экспериментальных работ по импульсному лазерному воздействию на твердые тела [6–8] отмечалось существенное различие параметров импульсов термоупругих напряжений в диэлектриках и металлах.

На рис. 1 приведены нормированные зависимости импульсов термонапряжений в диэлектриках и металлах, представленные в работе [8]. Очевидна принципиальная разница в соотношении длительностей и величин фаз сжатия и растяжения термоупругих напряжений в диэлектриках и металлах.

Существенное различие механизмов теплопереноса — фононный в диэлектриках и электронный в металлах, по-видимому, определяют принципиальное различие их термоупругого отклика [9].

В этой связи представляется необходимым более детально рассмотреть вопрос о постановке динамической задачи термоупругости для теплопроводящих сред.

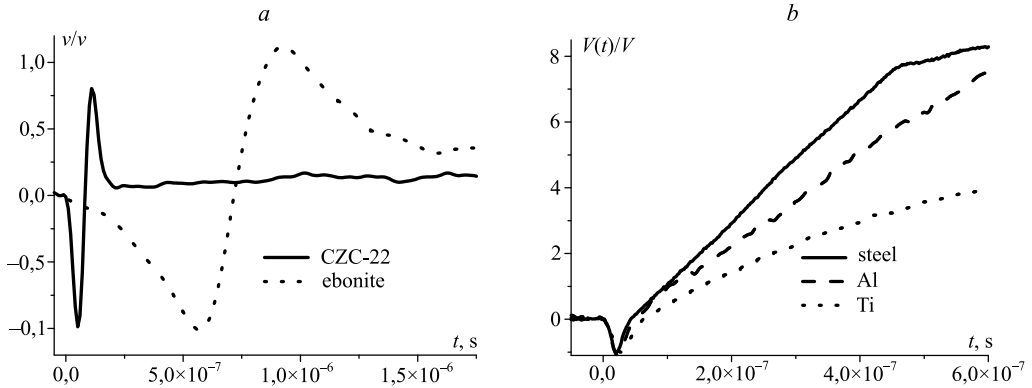


Рис. 1. Упругие импульсы в образцах из эбонита и цветного стекла СЗС-22 (а); импульсы в металлических образцах — сталь, алюминиевый сплав Al, титан (б).

**Теоретический анализ и обсуждение.** Одномерная динамическая задача термоупругости определяется уравнениями равновесия, распространения тепла и соотношением Дюамеля.

При воздействии лазерного излучения на металлы источник тепла является поверхностным, так как принимается значение коэффициента оптического поглощения металлов  $\alpha \sim 10^{5 \div 6} \text{ м}^{-1}$ . В этой связи уравнение теплопроводности для металлов упрощается, а лазерное излучение как источник тепла входит в граничное условие второго рода [10]:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial z}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} - \chi \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0, \\ \sigma = (2\mu + \lambda) \frac{\partial u}{\partial z} - \alpha_T (2\mu + 3\lambda) T, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\chi$  — коэффициент температуропроводности, остальные обозначения традиционны.

Решение теплового уравнения для прямоугольного лазерного импульса длительностью  $\tau_L$  с граничным условием  $\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\frac{q_0}{k}$ , где  $q_0$  — поток излучения при  $z = 0$ ,  $k$  — теплопроводность, имеет вид

$$\begin{aligned} T(z, t) &= \frac{q_0}{k} \left[ \frac{2\sqrt{\chi t}}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{z^2}{4\chi t}} - z \cdot \text{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{\chi t}}\right) \right], \quad t \leq \tau_L, \\ T(z, t) &= T(z, t) - T(z, t - \tau_L), \quad t > \tau_L. \end{aligned} \quad (2)$$

На рис. 2, *a* приведены характеристики  $Z = f(t)$  системы уравнений (1). Точка пересечения характеристик ( $x_* = \chi/c_L, t_* = \chi/c_L^2$ ), определяемая тепловыми и упругими свойствами материалов, также определяет и границу возможности применения уравнений механики сплошных сред к анализу термоупругого эффекта.

Например, для металлов имеем  $t_* \approx 10^{-12} \div 10^{-11}$  с,  $x_* \approx 10 \div 100$  нм. При этом оценки времен электрон-ионного и ион-ионного взаимодействий дают значения  $\tau_{b-ph} \sim 10^{-11} \div 10^{-10}$  с,  $\tau_{ph-ph} \sim 10^{-10} \div 10^{-9}$  с [11], то есть до характерной точки ( $x_*, t_*$ ) некорректно использовать понятие единой термодинамической температуры среды, а также приближение теории упругости.

Таким образом, анализ термоупругой реакции твердых тел на базе системы уравнений (1) корректен только для времен  $t \geq t_*$ .

Анализ изменения температуры среды по окончании действия импульса излучения однозначно указывает на то, что в теплопроводящих средах необходим учет вклада термонапряжений микрообъемов среды, нагреваемых распространяющимся потоком тепла.

На рис. 2, *b* приведена графическая иллюстрация генерации упругих волн при движении теплового потока после окончания импульса нагрева.

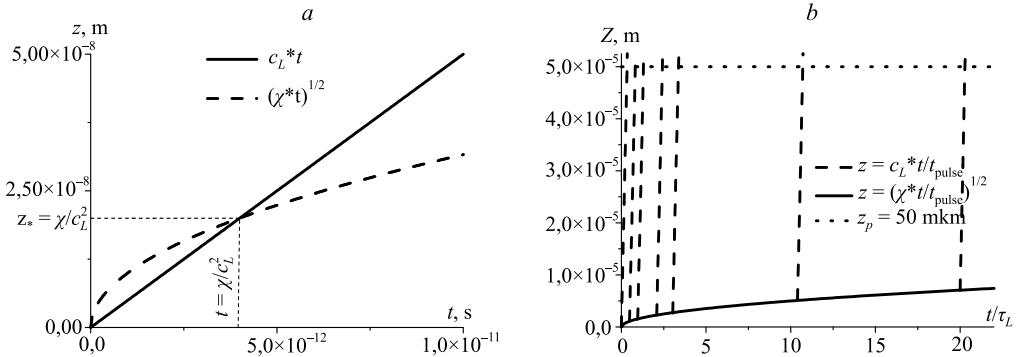


Рис. 2. Характеристики системы уравнений (1) (*a*); графическая иллюстрация термоупругого эффекта вследствие действия «теплового» поршня ( $z_p$  — точка наблюдения) (*b*).

Термоупругую реакцию материалов на импульсное лазерное воздействие удобно рассматривать как двухстадийный процесс [12]. Первая, активная стадия процесса определяется временем действия импульса облучения:  $t_* < t \leq \tau_L$ . Вторая, релаксационная стадия процесса, обусловленная диффузией наведенного лазерным импульсом теплового источника, действует в среде при  $t > \tau_L$ .

Начальные и граничные условия для первой стадии процесса запишутся в виде

$$\begin{aligned} T(z, t = 0) = 0, \quad \sigma(z = 0, t) = 0, \quad \sigma(z = \infty, t) = 0, \\ \frac{\partial T}{\partial z}(z = 0, t) = -\frac{q_0}{k}, \quad \sigma(z, t = 0) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Решение динамической задачи термоупругости (1) для  $t \leq \tau_L$  будет полностью соответствовать классическому решению, описывающему практически симметричный дипольный упругий импульс [1–5], характерный для отклика диэлектриков (рис. 1).

Анализ физических процессов термоупругой реакции металлов на импульсный нагрев показывает, что за время действия импульса излучения  $\tau_L$  в слое  $l_\chi \cong 2\sqrt{\chi\tau_L}$  успевает установиться квазиравновесное температурное распределение, а упругая

волна пробегает расстояние  $l_c = c\tau_L$ . Так как скорость упругой разгрузки много больше скорости тепловой диффузии, то в слое  $l_\chi \cong 2\sqrt{\chi\tau_L}$ , нагретом за время импульса, на момент времени  $t \cong \tau_L$  напряжения будут практически отсутствовать:  $\sigma \cong 0$ .

Для времен  $t > \tau_L$  в теплопроводящих средах (металлах), генерация упругих возмущений вследствие процесса диффузии тепла может быть ассоциирована с гидродинамической задачей о движении поршня, в данном случае «теплового» поршня [13], формирующего только фазу растяжения.

Для двухстадийного рассмотрения термоупругой реакции твердых тел с учетом различия скоростей звука и диффузии тепла можно принять допущение об аддитивности перемещений:

$$u = u_a + u_T, \quad (4)$$

где  $u_a$  — перемещение, соответствующее известному решению системы (1) [1–5] при  $t \leq \tau_L$ ,  $u_T$  — перемещение среды с учетом действия переноса тепла («теплового» поршня) на второй стадии процесса при  $t > \tau_L$ .

Для  $t > \tau_L$  из соотношения Дюамеля с учетом того, что в слое  $z \leq 2\sqrt{\chi\tau_L}$  напряжение отсутствует ( $\sigma \cong 0$ ), следует

$$(\lambda + 2\mu)\frac{\partial u_T}{\partial z} - \alpha_T(3\lambda + 2\mu)T = 0. \quad (5)$$

Тогда из (1) с учетом (5) получим

$$\frac{\partial^2 u_T}{\partial t^2} - c^2_0 \frac{\partial(\alpha_T T)}{\partial z} = 0, \quad (6)$$

где  $\frac{(3\lambda+2\mu)}{\rho} = c^2_0$  — объемная скорость звука.

Для массовой скорости частиц  $v_T(z, t) = \frac{\partial u_T}{\partial t}$  из (6) находим

$$v_T(z, t) = c^2_0 \int \frac{\partial(\alpha_T T)}{\partial z} dt. \quad (7)$$

Используя решение уравнения для температуры, окончательно для скорости частиц на траектории теплопереноса  $z = \sqrt{\chi t}$  при  $t > \tau_L$  будем иметь

$$v_T(z, t) = -c^2_0 \frac{\alpha_T q_0}{\chi \lambda} \int \left( \operatorname{erfc} \frac{z}{2\sqrt{\chi t}} - \operatorname{erfc} \frac{z}{2\sqrt{\chi(t - \tau_L)}} \right) dt. \quad (8)$$

Как видно, скорость частиц на второй стадии процесса отрицательна, что соответствует фазе растяжения. При этом отметим, что возмущение  $v_T(z_i, t)$  в результате действия «теплового» поршня распространяется с упругой скоростью (6), определяемой свойствами металла.

На рис. 3, *a* представлены рассчитанные по (8) зависимости  $v_T(z_i, t)$ . Видно, что длительность работы «теплового» поршня, формирующего фазу растяжения, весьма значительна и определяется временем существования градиента температуры.

На рис. 3, *b* совмещены траектория распространения тепла в безразмерных единицах и изменения  $v_T(z_i, t)$  в некоторых точках траектории. График достаточно наглядно демонстрирует то, что фаза растяжения в термоупругом отклике металла на расстоянии от поверхности определяется суммарным вкладом упругих возмущений, представленным на рис. 3, *c*. На рис. 3, *d* для сравнения приведены результаты

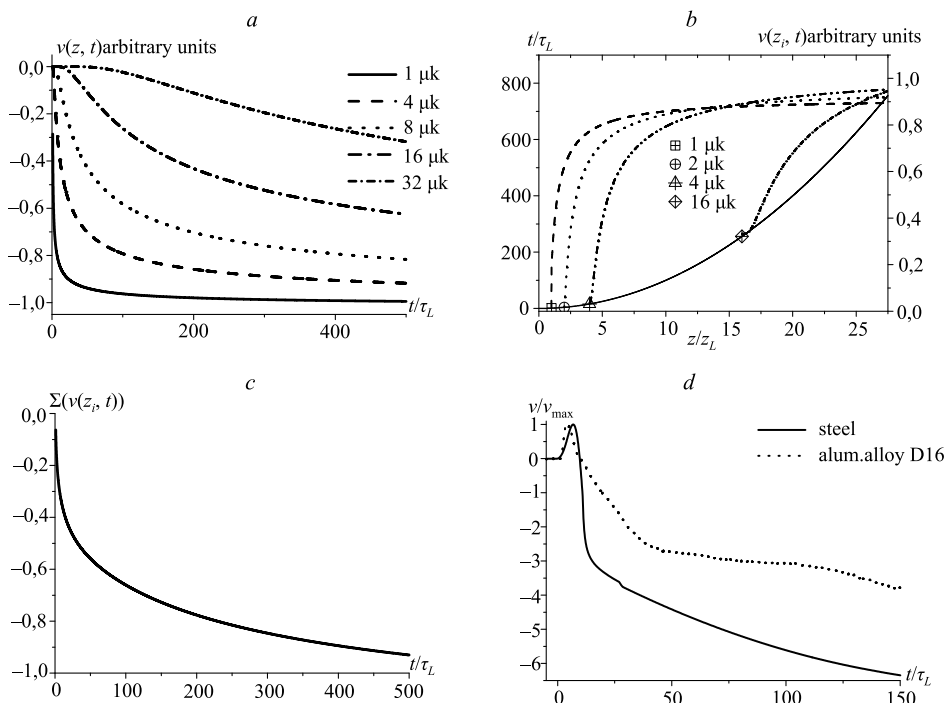


Рис. 3. Зависимости  $v_T(z_i, t)$  в металлах при  $t > \tau_L$  (a); совмещенные траектория распространения тепла  $z = \sqrt{\chi t}$  и зависимости  $v_T(z, t)$  (b); суммарный вклад  $v_T(z_i, t)$  в фазу растяжения (c); упругие импульсы в металлах (d).

экспериментов для металлических образцов разной толщины при лазерном нагреве длительностью  $\tau_L = 15$  нс.

Как видно, наблюдается достаточно хорошее качественное сходство зависимости фаз растяжения, полученных из представленной модели (рис. 3, c) и эксперимента (рис. 3, d).

Представленные экспериментальные результаты и результат учета теплопереноса в решении динамической задачи термоупругости для металлов показывают, что в отличие от диэлектриков, средний механический импульс в металлах больше нуля. Следствием этого является возможность перемещения металлов в направлении источника излучения. Эта возможность была исследована и подтверждена экспериментально [13, 14].

Маятник из алюминия в виде лопатки ( $\varnothing 20 \times 0,3$  мм) размещался в вакуумной камере, давление в которой составляло  $\leq 0,1$  процента атмосферного. В экспериментах использовался YAG:Nd-лазер ( $\lambda = 1,06$  мкм), работающий в режимах либо модулированной добротности ( $\tau_L = 15$  нс), либо свободной генерации ( $\tau_L = 60$  мкс). Перемещение маятника измерялось с помощью лазерного интерферометра Майкельсона с фотоэлектрическим счетом полос. На рис. 4, a представлены зависимости перемещения маятника от времени при  $\tau_L = 15$  нс.

Следует отметить, что электронный механизм теплопереноса, определяющий формирование термонапряжений, неразрывно связан с термоэлектрическими явлениями, в частности с эффектом Зеебека [11]. Эта взаимосвязь иллюстрируется проведенными измерениями электрического тока при нагреве медного отполированного

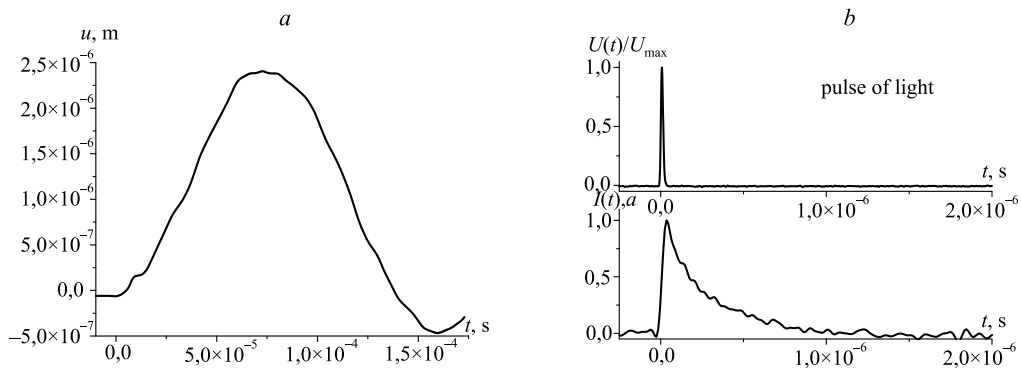


Рис. 4. Зависимости перемещения маятника от времени при воздействии импульса  $\tau_L = 15$  нс (а), зависимость электрического тока при воздействии импульса  $\tau_L = 15$  нс [13] (б).

диска ( $\varnothing 20 \times 1$  мм) импульсами лазера с длительностью  $t_p \approx 3 \cdot 10^{-8}$  с и  $t_p \approx 60$  мкс. На рис. 4, б представлен представлен один из результатов этих измерений [14].

Видно, что время нарастания тока происходит за время облучения образца, а характер спада тока подобен зависимости изменения градиента температуры в процессе теплопереноса, то есть подобен фазе растяжения.

Результаты проведенных экспериментов и анализа динамической задачи термоупругости подтверждают возможность движения теплопроводящих объектов (металлов) при импульсном неоднородном нагреве. При этом движение обусловлено фазой растяжения термоупругих напряжений, формирование которой определяется электронным механизмом теплопереноса. Таким образом, движение диска, по сути, обусловлено импульсом отдачи свободных электронов, подобно инерционному движению электронов, наблюдаемому в экспериментах Толмена и Стюарта [15], но реализуемое через термоэлектрическое и термоупругое преобразования.

**Закключение.** Таким образом, показано, что в рамках механики сплошных сред, при учете переноса тепла после действия импульса нагрева, в частности электронами в металлах, удастся объяснить различие термоупругого отклика в диэлектриках и металлах на импульсное тепловое возмущение. Результаты анализа и учет физических механизмов теплопереноса в металлах убедительно подтверждают эту особенность термоупругого эффекта в металлах, а также показывают, что движение металлических объектов, определяемое фазой растяжения термоупругих напряжений, по сути, обусловлено импульсом отдачи электронов, определяющих перенос тепла.

## Литература

1. Даниловская В. И. Температурное поле и температурные напряжения, возникающие в упругом полупространстве вследствие потока лучистой энергии, падающей на границу полупространства // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. № 3. 1959. С. 129–132.
2. Гусев В. Э., Карabutов А. А. Лазерная оптоакустика. М.: Наука, 1991. 304 с.
3. Карташов Э. М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 2001. 550 с.
4. Al-Qahtani H., Yilbas B. S. The closed solution for Cattaneo and stress equations due to step input pulse heating // Physica B. 2010. Vol. 405, N 18. P. 3869–3874.
5. Youssef H. M., Al-Felali A. S. Generalized Thermoelasticity Problem of Material Subjected to Thermal Loading Due to Laser Pulse // Applied Mathematics. 2012. Vol. 3. P. 142–146.
6. Воробьев Б. В., Недбай А. И., Судьенков Ю. В., Филиппов Н. М. Исследование механизмов взаимодействия наносекундного лазерного излучения с металлами // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 9, № 7. С. 395–399.

7. Dewhurst R. J., Hutchins D. A., Palmer S. B., Scruby C. B. The performance of thickpiezoelectric transducers as wide band ultrasonic detectors // *Ultrasonics*. 1983. Vol. 21. P. 79.
8. Вовненко Н. В., Зимин Б. А., Судьенков Ю. В. Экспериментальные исследования термоупругих напряжений в тепло- и нетеплопроводящих твердых телах при субмикросекундной длительностях лазерного нагрева // *ЖТФ*. 2011. Т. 81, вып. 6. С. 57–62.
9. Индейцев Д. А., Осипова Е. В. Двухтемпературная модель оптического возбуждения звука в проводниках // *Доклады Академии Наук*. 2017. Т. 473, вып. 2. С. 1–5.
10. Анисимов С. И., Имас Я. М., Романов Г. С. и др. Действие излучения большой мощности на металлы. М.: Наука, 1970. 272 с.
11. Займан Дэс. Электроны и фононы. М.: Иностранная литература, 1962. 487 с.
12. Логвинов Г. Н., Дрогобицкий Ю. В., Luis Nino de Rivera, Гуревич Ю. Г. Разогрев образцов лазерным импульсом // *ФТТ*. Т. 49, № 5. 2007. С. 785–790.
13. Sudenkov Yu. V., Zimin B. A. Effect of “the thermal piston” in a dynamic thermoelastic problem // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2015. Vol. 85. P. 781–786.
14. Зимин Б. А., Судьенков Ю. В. Движение металлического диска под действием термоупругих напряжений навстречу импульсному излучению лазера // *Письма в ЖТФ*. Т. 3, № 24. 2012. С. 26–32.
15. Tolman R. C., Stewart T. D. // *Physical Review*. 1916. Vol. 8. P. 97.

Статья поступила в редакцию 4 июля 2017 г.; рекомендована в печать 21 сентября 2017 г.

Контактная информация:

Зимин Борис Александрович — канд. физ.-мат. наук; bazimin@mail.ru

Свентитская Вера Евгеньевна — аспирант; vsvent@yandex.ru

Судьенков Юрий Васильевич — д-р физ.-мат. наук; y.sudenkov@yandex.ru

## The analysis of the thermal stresses in metals due to a heat flue initiated by pulsed laser impact

B. A. Zimin<sup>1</sup>, V. E. Sventitskaya<sup>2</sup>, Yu. V. Sudenkov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Institute for Problems of Mechanical Engineering, V. O., Bolshoy pr., 61, St. Petersburg, 199178, Russian Federation

<sup>2</sup> St. Petersburg State University, Universitetskaya nab., 7–9, St. Petersburg, 199034, Russian Federation

**For citation:** Zimin B. A., Sventitskaya V. E., Sudenkov Yu. V. The analysis of the thermal stresses in metals due to a heat flue initiated by pulsed laser impact. *Vestnik SPbSU. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2018, vol. 5 (63), issue 1, pp. 131–138. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu01.2018.114>

The paper presents an analysis of the thermal stresses in metals due to a heat flux initiated by pulsed laser impact. The dynamic problem of thermoelasticity is regarded as a two-stage process. The first stage of the process is determined by the time of action of the radiation pulse. The second stage depends on the dynamics of the heat flux after the end of action of the radiation pulse. It is shown that, the analysis of stresses of the heat flux stage based on the traditional system of thermoelasticity equations, as well as on the concepts of physical mechanisms of heat flux in metals, give a similar dependence of tensile stresses on the process of the heat flux. The tension stresses increasing in the second stage of the process due to the electronic mechanism determine the fundamental difference between the thermal stress pulse in metals and dielectrics observed in experiments.

*Keywords:* thermoelasticity, heat flux, pulsed laser radiation.

## References

1. Danilovskaya V. I., “The temperature field and temperature stresses arising in an elastic half-space as a result of a flux of radiant energy incident on the boundary of a half-space”, *Izv. Academy of Sciences of the USSR. Mechanics and mechanical engineering* (3), 129–132 (1959) [in Russian].

2. Gusev V. E., Karabutov A. A., *Laser optoacoustics* (Nauka, Moscow, 1991, 304 p.) [in Russian].
3. Kartashov E. M., *Analytical methods in the theory of thermal conductivity of solids* (Higher School, Moscow, 2001, 550 p.) [in Russian].
4. Al-Qahtani H., Yilbas B. S., "The closed solution for Cattaneo and stress equations due to step input pulse heating", *Physica B* **405**(18), 3869–3874 (2010).
5. Youssef H. M., Al-Felali A. S., "Generalized Thermoelasticity Problem of Material Subjected to Thermal Loading Due to Laser Pulse", *Applied Mathematics* **3**, 142–146 (2012).
6. Vorobyev B. V., Nedbay A. I., Sudenkov Yu. V., Filippov N. M., "Investigation of the mechanisms of interaction of nanosecond laser radiation with metals", *Technical Physics Letters* **9**(7), 395–399 (1983).
7. Dewhurst R., Hutchins D., Palmer S., Scruby C., "The performance of thick piezoelectric transducers as wide band ultra sonic detectors", *Ultrasonics* **21**, 79 (1983).
8. Vovnenko N. V., Zimin B. A., Sudenkov Yu. V., "Experimental Investigations of Thermoelastic Stresses in Heat and Non-Thermoconducting Solids with Submicroscopic Durations of Laser Heating", *J. Technical Physics* **8**(6), 57–62 (2011).
9. Indeitsev D. A., Osipova E. V., "Two-temperature model of optical excitation of acoustic waves in conductors", *Doklady Physics* **62**(6), 538–541 (2017).
10. Anisimov S. I., Imas Ya. M., Romanov G. S. et al., *The effect of high-power radiation on metals* (Nauka, Moscow, 1970, 272 p.) [in Russian].
11. Zaiman J., *Electrons and phonons* (Foreign Literature, Moscow, 1962, 487 p.) [in Russian].
12. Logvinov G. N., Drohobitsky Yu. V., Luis Nino de Rivera, Gurevich Yu. G., "Warming the samples with a laser pulse", *J. of Solids* **49**(5), 785–790 (2007).
13. Sudenkov Yu. V., Zimin B. A., "Effect of "the thermal piston" in a dynamic thermoelastic problem", *International Journal of Heat and Mass Transfer* **85**, 781–786 (2015).
14. Zimin B. A., Sudenkov Yu. V., "Motion of a metal disk under the action of thermoelastic stresses towards pulsed laser radiation", *Technical Physics Letters* **3**(24), 26–32 (2012).
15. Tolman R. C., Stewart T. D., *Physical Review* **8**, 97 (1916).

Author's information:

Zimin Boris A. — bazimin@mail.ru

Sventitskaya Vera E. — vsvent@yandex.ru

Sudenkov Yuri V. — y.sudenkov@yandex.ru

## ХРОНИКА

25 октября 2017 г. на заседании секции теоретической механики им. проф. Н. Н. Поляхова в Санкт-Петербургском Доме ученых РАН был заслушан доклад доктора физ.-мат. наук, профессора А. К. Беляева, доктора физ.-мат. наук, академика РАН Н. Ф. Морозова, заслуженного деятеля науки РФ, доктора физ.-мат. наук, профессора П. Е. Товстика (СПбГУ), кандидата физ.-мат. наук, старшего научного сотрудника Т. П. Товстик (ИПМаш РАН), аспиранта А. О. Шурпатов на тему «Динамика при продольном ударе тела по стержню».

Краткое содержание доклада:

В докладе рассматривается продольный удар упругим телом по концу упругого стержня с закрепленным противоположным концом. Учитывается распространение упругих волн в стержне и локальные деформации в зоне контакта. После отскока тела стержень совершает свободные продольные колебания, которые при определенных условиях могут вызвать параметрические поперечные колебания, имеющие характер биений. В зависимости от параметров задачи теоретически и экспериментально определяются время соударения, форма ударного импульса и максимальная амплитуда поперечных колебаний при параметрическом резонансе. Обсуждаются результаты экспериментальных исследований, проведенных в Национальном Тайваньском университете.