УДК 52-64
MSC 81Q99

Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. Т. 4 (62). 2017. Вып. 1

О НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПОЛЯХ ИЗЛУЧЕНИЯ В БЕСКОНЕЧНОЙ ОДНОМЕРНОЙ СРЕДЕ

А. К. Колесов, Н. Ю. Кропачева

Санкт-Петербургский государственный университет,
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

В работе рассматривается нестационарный перенос монохроматического излучения в бесконечной однородной одномерной среде. Считается, что среда освещена мгновенным точечным источником энергии. Она характеризуется следующими оптическими параметрами: коэффициентом поглощения α, альбедо однократного рассеяния λ, средним временем t_1, затрачиваемым фотоном непосредственно на акт рассеяния, и средним временем t_2 между двумя последовательными рассеяниями. Получено точное решение уравнения нестационарного переноса излучения в случае $t_1 = t_2$. Выведены более точные, чем ранее известные, асимптотические выражения для функции источников, средней интенсивности и потока излучения на больших оптических расстояниях от источника энергии ($|\tau| \gg 1$) при малом истинном поглощении света в среде ($1 - \lambda \ll 1$) в случаях, когда $t_1 \gg t_2$, $t_1 \ll t_2$, $t_1 = t_2$. Библиогр. 13 назв.

Ключевые слова: нестационарный перенос излучения, одномерная среда, точечный источник энергии, функция источников, средняя интенсивность излучения, поток излучения, асимптотические формулы.

1. Введение. В современной астрофизике важное место занимает изучение зависящих от времени процессов, протекающих в различных нестационарных небесных объектах. В качестве примера такого процесса можно указать на свечение пылевых туманностей под действием излучения вспыхнувшей новой звезды.

В 1923 г. Комптон [1] предложил для расчета нестационарных полей излучения использовать диффузионное приближение, состоящее в замене уравнения нестационарного переноса излучения уравнением теплопроводности. Однако в 1926 г. Милн [2] показал, что это приближение может приводить к физически необоснованным результатам.

Систематическое развитие теории нестационарных полей излучения было начато в работе В. В. Соболева [3], опубликованной в 1952 г. Основы этой теории изложены в монографиях В. В. Соболева [4], Кейза и Цвайфеля [5] и И. Н. Минина [6]. Некоторые математические проблемы этой теории изучались в книге Винга [7]. Обзоры результатов работ по теории нестационарного переноса излучения приведены в статьях Д. И. Нагирнера [8] и В. П. Гринина [9].

В работах [3, 4] использовалась наиболее простая модель нестационарного поля излучения в одномерной однородной среде с источниками энергии, зависящими от времени. В частности, исследовался случай, когда эта среда освещена мгновенным изотропным точечным источником светимости L, расположенным в начале координат и вспыхивающим в некоторый начальный момент времени. Рассматривалась среда, характеризуемая коэффициентом поглощения α и альбедо однократного рассеяния λ.

В процессе нестационарного переноса излучения важную роль играют две причины, обусловливающие длительность пребывания кванта в среде. Во-первых, световой квант затрачивает некоторое время на акт рассеяния. Обычно предполагается, что вероятность излучения кванта в интервале времени от t до $t + dt$ после поглощения

DOI: 10.21638/11701/spbu01.2017.118

равна величине $e^{-t/t_1}dt/t_1$, где t_1 — средний промежуток времени нахождения кванта света в поглощенном состоянии. Во-вторых, квант света, распространяющийся в среде с конечной скоростью c, находится в пути между последовательными рассеяниями в среднем в течение промежутка времени $t_2 = 1/(\alpha c)$. Часто в астрофизических объектах значения t_1 и t_2 сильно отличаются друг от друга, поэтому В. В. Соболев [3] предложил выделить рассмотрение двух предельных случаев: случай A, когда $t_1 \gg t_2$, и случай B, когда $t_2 \gg t_1$. Однако t_1 и t_2 могут быть величинами одного и того же порядка, поэтому можно рассмотреть и простой промежуточный случай C, когда $t_1 = t_2$.

При использовании модели одномерной среды находятся интенсивности излучения $I_1(r,t)$ и $I_2(r,t)$, распространяющегося на расстоянии r от источника в момент времени t в сторону возрастающих и убывающих значений координаты r соответственно. При замене переменных r и t и параметров t_1 и t_2 соответствующими безразмерными величинами $\tau = \alpha r$, $u = t/(t_1+t_2)$, $\beta_1 = t_1/(t_1+t_2)$ и $\beta_2 = t_2/(t_1+t_2)$ уравнения переноса записываются в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_1(\tau,u)}{\partial \tau} + \beta_2 \frac{\partial I_1(\tau,u)}{\partial u} + I_1(\tau,u) = B(\tau,u), \\ -\frac{\partial I_2(\tau,u)}{\partial \tau} + \beta_2 \frac{\partial I_2(\tau,u)}{\partial u} + I_2(\tau,u) = B(\tau,u), \end{aligned} \tag{1}$$

где $B(\tau,u)$ — функция источников, описываемая уравнением лучистого равновесия

$$B(\tau,u) = \frac{\lambda}{2}\int_0^u \left[I_1(\tau,u') + I_2(\tau,u')\right] e^{-\frac{u-u'}{\beta_1}} \frac{du'}{\beta_1}. \tag{2}$$

К этим уравнениям добавляется начальное условие, учитывающее тот факт, что энергия выделяется под действием мгновенного точечного источника при $\tau = 0$ и $u = 0$. Зная интенсивности излучения $I_1(\tau,u)$ и $I_2(\tau,u)$, можно вычислить среднюю интенсивность $J(\tau,u)$ и поток излучения $H(\tau,u)$, определяемые соответственно соотношениями

$$J(\tau,u) = \frac{1}{2}\left[I_1(\tau,u) + I_2(\tau,u)\right], \tag{3}$$

$$H(\tau,u) = I_1(\tau,u) - I_2(\tau,u). \tag{4}$$

Вследствие изотропности точечного источника и его расположения в начале координат выполняется соотношение $I_1(\tau,u) = I_2(-\tau,u)$, т. е. функция $J(\tau,u)$ является четной, а функция $H(\tau,u)$ — нечетной.

Представляют интерес асимптотические формулы для характеристик поля излучения, в частности, для функций $B(\tau,u)$, $J(\tau,u)$ и $H(\tau,u)$, справедливые на больших оптических расстояниях от источника излучения ($|\tau| \gg 1$) в случае малого истинного поглощения ($1-\lambda \ll 1$). Для случаев A и B такие асимптотические формулы были получены в работе А. К. Колесова и В. В. Соболева [10] из точных выражений для указанных величин. Простая методика вывода этих формул на основе свойств преобразования Лапласа по времени предложена И. Н. Мининым [6, 11].

Настоящую статью можно рассматривать как продолжение работы [10]. В статье получено точное решение уравнения нестационарного переноса излучения для случая C, а также более точные, чем в [10], асимптотические выражения для функций $B(\tau,u)$, $J(\tau,u)$ и $H(\tau,u)$, определяющие их с точностью порядка $1/u^2$ для случаев A, B и C.

2. Точные решения уравнения переноса излучения. Из уравнений (1) и (2) следует, что функции $B(\tau,u)$, $J(\tau,u)$ и $H(\tau,u)$ связаны следующими соответствиями:

$$\beta_1 \frac{\partial B(\tau,u)}{\partial u} + B(\tau,u) = \lambda J(\tau,u), \tag{5}$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial H(\tau,u)}{\partial \tau} + \beta_2 \frac{\partial J(\tau,u)}{\partial u} + J(\tau,u) = B(\tau,u), \tag{6}$$

$$2\frac{\partial J(\tau,u)}{\partial \tau} + \beta_2 \frac{\partial H(\tau,u)}{\partial u} + H(\tau,u) = 0. \tag{7}$$

В работе [10] получены точные выражения для функции источников $B(\tau,u)$, средней интенсивности излучения $J(\tau,u)$ и потока излучения $H(\tau,u)$ в одномерной бесконечной среде, освещенной мгновенным точечным источником. Для случая A эти выражения имеют вид

$$B(\tau,u) = \frac{L}{4\pi}\int_0^\infty e^{-\left(1-\frac{\lambda}{1+x^2}\right)u}\cos(x\tau)dx, \tag{8}$$

$$J(\tau,u) = \frac{L}{2\pi}\int_0^\infty e^{-\left(1-\frac{\lambda}{1+x^2}\right)u}\cdot\frac{\cos(x\tau)}{1+x^2}dx, \tag{9}$$

$$H(\tau,u) = \frac{L}{\pi}\int_0^\infty e^{-\left(1-\frac{\lambda}{1+x^2}\right)u}\cdot\frac{x\sin(x\tau)}{1+x^2}dx; \tag{10}$$

для случаев B —

$$B(\tau,u) = \lambda J(\tau,u), \tag{11}$$

$$J(\tau,u) = \frac{L}{4}e^{-\left(1-\frac{\lambda}{2}\right)u}\delta(u-|\tau|) + \\ + \frac{\lambda L}{8}\left[I_0\left(\frac{\lambda}{2}\sqrt{u^2-\tau^2}\right) + \frac{u}{\sqrt{u^2-\tau^2}}I_1\left(\frac{\lambda}{2}\sqrt{u^2-\tau^2}\right)\right]\Theta(u-|\tau|)\,e^{-\left(1-\frac{\lambda}{2}\right)u}, \tag{12}$$

$$H(\tau,u) = \frac{L}{4}e^{-\left(1-\frac{\lambda}{2}\right)u}\delta(u-|\tau|) + \\ + \frac{\lambda L}{4}\frac{\tau}{\sqrt{u^2-\tau^2}}I_2\left(\frac{\lambda}{2}\sqrt{u^2-\tau^2}\right)\Theta(u-|\tau|)\,e^{-\left(1-\frac{\lambda}{2}\right)u}, \tag{13}$$

где $I_0(z)$ и $I_1(z)$ — модифицированные функции Бесселя, $\delta(z)$ — дельта-функция, а $\Theta(z)$ — функция со значениями $\Theta(z) = 1$ при $z \geqslant 0$, $\Theta(z) = 0$ при $z < 0$. Наличие множителей $\Theta(u-|\tau|)$ в выражениях (12) и (13) отражает тот факт, что вследствие конечности скорости распространения света до точек среды, находящихся на оптических расстояниях $|\tau| > u$ от источника света, излучение этого источника не доходит, так что в этих точках имеем $J(\tau,u) = 0$ и $H(\tau,u) = 0$. При выводе формул (8)–(13) учитывалась полная интенсивность излучения, т. е. сумма интенсивности диффузного излучения и прямого излучения, приходящего в данную точку среды непосредственно от источника излучения.

Рассмотрим теперь случай C ($\beta_1 = \beta_2 = 0.5$). Введем вспомогательные функции

$$b(\tau,u) = B(\tau,u)e^{2u}, \quad j(\tau,u) = J(\tau,u)e^{2u}, \quad h(\tau,u) = H(\tau,u)e^{2u}, \tag{14}$$

связь между которыми в соответствии с формулами (5)–(7) дается следующими равенствами:

$$\frac{\partial b\left(\tau,u\right)}{\partial u}=2\lambda j\left(\tau,u\right), \tag{15}$$

$$\frac{\partial j\left(\tau,u\right)}{\partial u}-2b\left(\tau,u\right)=-\frac{\partial h\left(\tau,u\right)}{\partial \tau}, \tag{16}$$

$$\frac{\partial h\left(\tau,u\right)}{\partial u}=-4\frac{\partial j\left(\tau,u\right)}{\partial \tau}. \tag{17}$$

Исключая из этих равенств функции $b(\tau,u)$ и $h(\tau,u)$, находим, что функция $j(\tau,u)$ является решением телеграфного уравнения

$$\frac{\partial^2 j\left(\tau,u\right)}{\partial u^2}=4\frac{\partial^2 j\left(\tau,u\right)}{\partial \tau^2}+4\lambda j\left(\tau,u\right). \tag{18}$$

Такому же уравнению удовлетворяет и функция $h(\tau,u)$:

$$\frac{\partial^2 h\left(\tau,u\right)}{\partial u^2}=4\frac{\partial^2 h\left(\tau,u\right)}{\partial \tau^2}+4\lambda h\left(\tau,u\right). \tag{19}$$

Дополним эти дифференциальные уравнения соответствующими начальными условиями. Очевидно, что выполняются равенства

$$j\left(\tau,0\right)=J\left(\tau,0\right)=\frac{L}{2}\delta(\tau), \tag{20}$$

$$h\left(\tau,0\right)=H\left(\tau,0\right)=\frac{L}{2}\delta(\tau). \tag{21}$$

Из работ И. Н. Минина (см. [6]) следует, что функция $J\left(\tau,u\right)$ при малых значениях u в случае C пропорциональна $e^{-2\left(1-\sqrt{\lambda}\right)u}$, поэтому имеют место соотношения

$$\left.\frac{\partial J\left(\tau,u\right)}{\partial u}\right|_{u=0}=-L\left(1-\sqrt{\lambda}\right)\delta(\tau), \tag{22}$$

$$\left.\frac{\partial j\left(\tau,u\right)}{\partial u}\right|_{u=0}=L\sqrt{\lambda}\delta(\tau). \tag{23}$$

Вследствие изотропности точечного источника и равенства $I_1\left(0,u\right)=I_2(0,u)$ имеем

$$\left.\frac{\partial h\left(\tau,u\right)}{\partial u}\right|_{u=0}=\left.\frac{\partial H\left(\tau,u\right)}{\partial u}\right|_{u=0}=0. \tag{24}$$

При начальных условиях (20), (21), (23) и (24) решения телеграфных уравнений (18) и (19) выражаются через модифицированные функции Бесселя $I_0(z)$ и $I_1(z)$ (см., например, [12, § 199]). Для $J(\tau,u)=j(\tau,u)e^{-2u}$ и $H(\tau,u)=h(\tau,u)e^{-2u}$ получаются следующие выражения:

$$J\left(\tau,u\right)=L\left\{\frac{1}{4}\delta\left(u-\frac{1}{2}\left|\tau\right|\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{\sqrt{\lambda}}{4}\left[I_0\left(\sqrt{\lambda(4u^2-\tau^2)}\right)+\frac{2u}{\sqrt{4u^2-\tau^2}}I_1\left(\sqrt{\lambda(4u^2-\tau^2)}\right)\right]\Theta\left(u-\frac{|\tau|}{2}\right)\right\}e^{-2u}, \tag{25}$$

$$H(\tau,u)=L\left\{\frac{1}{2}\delta\left(u-\frac{1}{2}|\tau|\right)+\frac{\sqrt{\lambda}}{2}\frac{\tau}{\sqrt{4u^2-\tau^2}}I_1\left(\sqrt{\lambda(4u^2-\tau^2)}\right)\Theta\left(u-\frac{|\tau|}{2}\right)\right\}e^{-2u}. \tag{26}$$

Отметим, что в рассматриваемом случае C (как и в случае B) вследствие конечности скорости распространения света имеем $J(\tau,u)=0$ и $H(\tau,u)=0$ при условии $u<\frac{1}{2}|\tau|$.

Средняя интенсивность $J^*(\tau,u)$ и поток $H^*(\tau,u)$ диффузного излучения даются следующими выражениями:

$$J^*(\tau,u)=\frac{\sqrt{\lambda}L}{4}\left[I_0\left(\sqrt{\lambda(4u^2-\tau^2)}\right)+\frac{2u}{\sqrt{4u^2-\tau^2}}I_1\left(\sqrt{\lambda(4u^2-\tau^2)}\right)\right]\times$$
$$\times\Theta\left(u-\frac{|\tau|}{2}\right)e^{-2u}, \tag{27}$$

$$H^*(\tau,u)=\frac{\sqrt{\lambda}L}{2}\frac{\tau}{\sqrt{4u^2-\tau^2}}I_1\left(\sqrt{\lambda(4u^2-\tau^2)}\right)\Theta\left(u-\frac{|\tau|}{2}\right)e^{-2u}, \tag{28}$$

отличающимися от выражений (25) и (26) отсутствием слагаемого, содержащего дельта-функцию.

Мы видим, что значения функций $J^*(\tau,u)$ и $H^*(\tau,u)$ при произвольных λ связаны со значениями этих функций при $\lambda=1$ известными (см. [6]) соотношениями

$$J^*(\tau,u,\lambda)=\sqrt{\lambda}\,e^{-2\left(1-\sqrt{\lambda}\right)u}J^*\left(\tau\sqrt{\lambda},u\sqrt{\lambda},1\right), \tag{29}$$

$$H^*(\tau,u,\lambda)=\sqrt{\lambda}\,e^{-2\left(1-\sqrt{\lambda}\right)u}H^*\left(\tau\sqrt{\lambda},u\sqrt{\lambda},1\right), \tag{30}$$

где $0\leqslant\lambda\leqslant1$.

3. Асимптотические выражения для характеристик нестационарного поля излучения. Получим асимптотические формулы для функций $B(\tau,u)$, $J(\tau,u)$ и $H(\tau,u)$, выполняющиеся при условиях $u\gg|\tau|\gg1,\ 1-\lambda\ll1$.

Рассмотрим сначала случай A, когда $\beta_1=1$, $\beta_2=0$. Интеграл, входящий в выражение (8), можно приближенно представить в виде

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}e^{-\left(1-\frac{\lambda}{1+x^2}\right)u}\cos(x\tau)dx\approx e^{-(1-\lambda)u}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}e^{-\lambda ux^2}\cos(x\tau)dx=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\lambda u}}e^{-(1-\lambda)u-\frac{\tau^2}{4\lambda u}} \tag{31}$$

(см. [12, § 84]), т. е. в соответствии с формулой (8) в случае A для функции источников получается асимптотическое выражение

$$B_A^{as}(\tau,u)\approx\frac{L}{4\sqrt{\pi\lambda u}}e^{-(1-\lambda)u-\frac{\tau^2}{4\lambda u}}. \tag{32}$$

Используя формулу (32), а также соотношения (5)–(7) и ограничиваясь в разложениях исследуемых функций по степеням $1/u$ членами порядка $1/u^2$, находим для средней интенсивности $J(\tau,u)$ и потока излучения $H(\tau,u)$ следующие асимптотические формулы:

$$J_A^{as}(\tau,u)\approx\frac{L}{4\sqrt{\pi\lambda u}}e^{-(1-\lambda)u-\frac{\tau^2}{4\lambda u}}\left(1-\frac{1}{2\lambda u}+\frac{\tau^2}{4\lambda^2u^2}\right), \tag{33}$$

$$H_A^{as}(\tau,u) \approx \frac{L}{4\sqrt{\pi\lambda u}} \cdot \frac{\tau}{\lambda u} e^{-(1-\lambda)u-\frac{\tau^2}{4\lambda u}} \left(1 - \frac{3}{2\lambda u}\right). \tag{34}$$

Рассматривая случаи B и C, используем асимптотику для модифицированных функций Бесселя, выполняющуюся при больших значениях аргумента (см. [13]):

$$I_0(z) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi z}} e^z \left(1 + \frac{1}{8z} + \frac{9}{128z^2}\right), \tag{35}$$

$$I_1(z) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi z}} e^z \left(1 - \frac{3}{8z} - \frac{15}{128z^2}\right). \tag{36}$$

При этом в точках среды, удаленных от источника излучения, можно пренебрегать интенсивностью прямого излучения, приходящих в эти точки непосредственно от источника излучения, т. е. можно считать, что полная интенсивность равна интенсивности диффузного излучения.

В случае B из соотношений (5)–(7) при $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 1$ получаются с указанной точностью следующие асимптотические выражения для функций $B(\tau,u)$, $J(\tau,u)$ и $H(\tau,u)$:

$$B_B^{as}(\tau,u) \approx \frac{\lambda^2 L}{4\sqrt{\pi\lambda u}} e^{-(1-\lambda)u-\frac{\lambda\tau^2}{4u}} \left(1 - \frac{1}{4\lambda u} + \frac{\tau^2}{2u^2} - \frac{3}{32\lambda^2 u^2}\right), \tag{37}$$

$$J_B^{as}(\tau,u) \approx \frac{\lambda L}{4\sqrt{\pi\lambda u}} e^{-(1-\lambda)u-\frac{\lambda\tau^2}{4u}} \left(1 - \frac{1}{4\lambda u} + \frac{\tau^2}{2u^2} - \frac{3}{32\lambda^2 u^2}\right), \tag{38}$$

$$H_B^{as}(\tau,u) \approx \frac{\lambda L}{4\sqrt{\pi\lambda u}} \cdot \frac{\tau}{u} e^{-(1-\lambda)u-\frac{\lambda\tau^2}{4u}} \left(1 - \frac{3}{4\lambda u}\right). \tag{39}$$

В случае C, когда $\beta_1 = \beta_2 = 0.5$, соответствующие асимптотические выражения для этих функций получаются в виде

$$B_C^{as}(\tau,u) \approx \frac{\lambda L}{4\sqrt{\pi\sqrt{\lambda}u}} e^{-2\left(1-\sqrt{\lambda}\right)u-\frac{\sqrt{\lambda}\tau^2}{4u}} \left(1 + \frac{3}{16\sqrt{\lambda}u} + \frac{69}{512\lambda u^2}\right), \tag{40}$$

$$J_C^{as}(\tau,u) \approx \frac{\sqrt{\lambda}L}{4\sqrt{\pi\sqrt{\lambda}u}} e^{-2\left(1-\sqrt{\lambda}\right)u-\frac{\sqrt{\lambda}\tau^2}{4u}} \left(1 - \frac{1}{16\sqrt{\lambda}u} + \frac{\tau^2}{8u^2} - \frac{3}{512\lambda u^2}\right), \tag{41}$$

$$H_C^{as}(\tau,u) \approx \frac{\sqrt{\lambda}L}{4\sqrt{\pi\sqrt{\lambda}u}} \cdot \frac{\tau}{u} e^{-2\left(1-\sqrt{\lambda}\right)u-\frac{\sqrt{\lambda}\tau^2}{4u}} \left(1 + \frac{3}{16\sqrt{\lambda}u}\right). \tag{42}$$

Отметим, что если в формулах (33), (34), (38) и (39) учитывать только первые члены разложений по степеням $1/u$, они совпадут с соответствующими формулами, полученными в работе [10].

4. Заключение. В результате проведенного в настоящей работе исследования показано, что при интерпретации наблюдений астрофизических объектов следует учитывать зависимость их светимости L от безразмерного времени u, а также длительность u_0 вспышки. Для этого в выведенных в статье выражениях для характеристик поля излучения следует вместо постоянного значения L взять функцию $L(u)$ и проинтегрировать эти выражения по u в пределах от $u = 0$ до $u = u_0$.

Отметим, что использованную в настоящей статье методику вывода асимптотических выражений для функции источников, средней интенсивности и потока излучения можно использовать и в случаях мгновенных плоского, точечного и осевого источников излучения в трехмерной бесконечной однородной среде.

Литература

1. *Compton K. T.* Some properties of resonance radiation and excited atoms // Phil. Mag. 1923. Vol. 45, N 268. P. 750–760.
2. *Milne E. A.* The diffusion of imprisoned radiation through a gas // London Math. Sci. 1926. Vol. 1, N 1. P. 40–51.
3. *Соболев В. В.* К теории нестационарного поля излучения // Астрон. журн. 1952. Т. 29, № 4–5. С. 406–414. С. 517–525.
4. *Соболев В. В.* Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет. М.: Гостехиздат, 1956.
5. *Кейз К., Цвайфель П.* Линейная теория переноса. М.: Мир, 1972. 384 с.
6. *Минин И. Н.* Теория переноса излучения в атмосферах планет. М.: Наука, 1988. 264 с.
7. *Wing G. M.* An Introduction to Transport Theory. New York, London: J. Willey Publ. Co., 1962.
8. *Нагирнер Д. И.* Теория нестационарного переноса излучения // Астрофизика. 1974. Т. 10, № 3. С. 445–469.
9. *Гринин В. П.* Теория нестационарного переноса излучения // Труды Астрон. обс. СПбГУ. 1994. Т. 44. С. 236–249.
10. *Колесов А. К., Соболев В. В.* О нестационарном поле излучения // Труды Астрон. обс. ЛГУ. 1991. Т. 43. С. 5–27.
11. *Минин И. Н.* К теории нестационарного переноса излучения // Звезды, туманности, галактики / под ред. В. В. Соболева. Ереван: Изд. АН Арм. ССР, 1969. С. 51–55.
12. *Смирнов В. И.* Курс высшей математики: в 5 т. М.: Наука, 1974. Т. 2. 655 с.
13. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / под ред. М. Абрамовица и А. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.

Статья поступила в редакцию 30 августа 2016 г.; рекомендована в печать 6 октября 2016 г.

Сведения об авторах

Колесов Александр Константинович — доктор физико-математических наук, профессор; a.kolesov@spbu.ru

Кропачева Наталия Юрьевна — кандидат физико-математических наук, доцент; NK@NK11595.spb.egu

ON NON-STATIONARY RADIATION FIELDS IN AN INFINITY ONE-DIMENSIONAL HOMOGENEOUS MEDIUM

Aleksandr K. Kolesov, Natalia Yu. Kropacheva

St. Petersburg State University, Universitetskaya nab., 7–9, St. Petersburg, 199034, Russian Federation; a.kolesov@spbu.ru, NK@NK11595.spb.egu

This paper considers the non-stationary monochromatic radiative transfer in an infinite one-dimensional homogeneous medium. It is believed that the medium is illuminated by a momentary isotropic point energy source. Optical properties of the medium are characterized by the absorption coefficient α, the single-scattering albedo λ, the mean time t_1 of the stay of a photon in the absorbed state and the mean time t_2 of its stay on the path between two consecutive scatterings. The exact solution of the non-stationary radiative transfer equation was derived for the case $t = t_1$. Asymptotic expressions were found for the source function of average intensity and flux when points of the medium located on the large optical distances from the power source $|\tau| \gg 1$ and scattering close to the light conservative $(1 - \lambda \ll 1)$ assuming that $t_1 \gg t_2$, $t_1 \ll t_2$, or $t_1 = t_2$. These expressions are more precise than previously known. Refs 13.

Keywords: non-stationary radiative transfer, one-dimensional medium, point energy source, source function, mean radiation intensity, radiation flux, asymptotic expressions.

References

1. Compton K. T., “Some properties of resonance radiation and excited atoms”, *Phil. Mag.* **45**(268), 750–760 (1923).

2. Milne E. A., “The diffusion of imprisoned radiation through a gas”, *London Math. Sci.* **1**(1), 40–51 (1926).

3. Sobolev V.,V., “On the theory of the non-stationary radiation field”, *Astron. Zh.* **29**, 406–414, 517–525 (1952) [in Russian].

4. Sobolev V. V., *A Treatise on Radiative Transfer* (Van Nostrand, Princeton, New Jork, 1963).

5. Case K. M., Zweifel P. F., *Linear Transport Theory* (Addison-Wesley Pub. Co., Reading, Massachusetts, 1967).

6. Minin I. N., *Theory of Radiative Transfer in Planetary Atmospheres* (Nauka, Moscow, 1988, 264 p.) [in Russian].

7. Wing G. M., *An Introduction to Transport Theory* (J. Willey Publ. Co., New York, London, 1962).

8. Nagirner D. I., “Theory of non-stationary transfer of radiation”, *Astrophysics* **10**(3), 274–289 (1974).

9. Grinin V. P., “Non-stationary radiative transfer theory”, *Trudy Astron. Obs.* **44**, 236–249 (1994).

10. Kolesov A. K., Sobolev V. V., “On non-stationary radiative transfer”, *Proc. Astron. Observ.* **43**, 5–27 (1991) [in Russian].

11. Minin I. N., “On the non-stationary radiation fields theory”, *Stars, nebulae, galaxies*, 51–55 (ed. V. V. Sobolev. Yerevan, Izd. Akad. Nauk Armen. SSR, 1969).

12. Smirnov V. I., *Course of Higher Mathematics* In 5 volums (Nauka, Moscow, 1974, **2**, 655 p.) [in Russian].

13. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables* (eds. M. Abramowitz, A. Stegun, National Burean of Standards, New York, 1964).

Для цитирования: Колесов А. К., Кропачева Н. Ю. О нестационарных полях излучения в бесконечной одномерной однородной среде // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2017. Т. 4 (62). Вып. 1. С. 159–166. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2017.118

For citation: Kolesov A. K., Kropacheva N. Yu. On non-stationary radiation fields in an infinity one-dimensional homogeneous medium. *Vestnik SPbSU. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2017, vol. 4 (62), issue 1, pp. 159–166. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2017.118