УДК 511.223 Вестник СПбГУ. Сер. 1. Т. 3 (61). 2016. Вып. 4

О НОРМЕННОМ СВОЙСТВЕ СИМВОЛА ГИЛЬБЕРТА ДЛЯ МНОГОЧЛЕННЫХ ФОРМАЛЬНЫХ МОДУЛЕЙ В МНОГОМЕРНОМ ЛОКАЛЬНОМ ПОЛЕ*

В. В. Волков

Санкт-Петербургский государственный университет,
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

В двумерном локальном поле K, содержащем корень p-й степени из 1, рассматривается многочленная формальная группа $F_c(X,Y) = X + Y + cXY$, действующая на максимальном идеале $\mathfrak{M}$ кольца целых $\mathcal{O}_K$, и конструктивное спаривание Гильберта $\{\cdot,\cdot\}_c\colon K_2(K) \times F_c(\mathfrak{M}) \to \langle\xi\rangle_c$, где $\langle\xi\rangle_c$ — модуль корней $[p]_c$ (изогении p-й степени группы F_c) относительно формального сложения. Для расширения двумерных локальных полей L/K рассматривается норменное отображение групп Милнора $\mathrm{N}orm\colon K_2(L) \to K_2(K)$. Его образы называются нормами в $K_2(L)$. Основной результат работы заключается в проверке конструктивным образом норменного свойства спаривания $\{\cdot,\cdot\}_c$: $\{x,\beta\}_c = 0 \iff x$ — норма в $K_2(K([p]_c^{-1}(\beta)))$, где $[p]_c^{-1}(\beta)$ — корни уравнения $[p]_c = \beta$. Библиогр. 6 назв.

Ключевые слова: символ Гильберта, многомерное локальное поле, формальные группы, многочленные формальные группы, норменное свойство.

1. Введение. Настоящая статья является продолжением работ [1, 2], в которых рассматриваются n-мерное разнохарактеристическое локальное поле K и многочленная формальная группа $F_c(X,Y) = X + Y + cXY$ и задается явное конструктивное спаривание Гильберта $\{\cdot,\cdot\}_c$. В данной работе проверяется норменное свойства спаривания $\{\cdot,\cdot\}_c$. Основным результатом работы является доказательство норменного свойства явным образом, без использования классического спаривания $(\cdot,\cdot)_c$ (см. [1]) и отображения Паршина—Като, для случая $n = 2$, $m = 1$. Это свойство является важной составляющей построения конструктивной теории полей классов относительно формальной группы F_c по аналогии с мультипликативным случаем (см. [3], глава VII, раздел 3).

2. Основные обозначения. Напомним необходимые обозначения работ [1, 2]:
$p \geqslant 3$ — простое число;
ζ — фиксированный первообразный корень степени p из 1;
K — 2-мерное локальное поле, содержащее ζ, характеристика которого отлична от характеристики его поля вычетов; является конечным расширением поля $k\{\{t\}\}$, где k — конечное расширение $\mathbb{Q}_p$;
$\mathcal{O}_K$ — кольцо целых поля K;
c — единица локального поля K;
t, π — локальные униформизующие поля K;
T — подполе инерции в K [4, введение, раздел 5°] с кольцом целых $\mathcal{O}_T$;
tr — оператор следа в $T/\mathbb{Q}_p$;
$\mathfrak{M}$ — максимальный идеал $\mathcal{O}_K$;
$\mathfrak{R}$ — мультипликативная система представителей Тейхмюллера поля вычетов $K^{(0)}$ в кольце $\mathcal{O}_T$;
F_c — многочленная формальная группа;

*Работа выполнена при поддержке РНФ (грант 16-11-10200).

 DOI: 10.21638/11701/spbu01.2016.404

$F_c(\mathfrak{M})$ — формальный $\mathbb{Z}_p$-модуль на $\mathfrak{M}$, заданный формальной группой F_c;
ξ — образующая ядра $[p]_c(X)$;
$\mathcal{H}_\mathfrak{m} = \mathcal{O}_T\{\{t_1\}\}((t_2))^*$;
$\mathcal{H}_c = \mathcal{O}_T\{\{t_1\}\}[[t_2]]_1$ (т. е. ряды лексикографической степени не ниже $(1,\ldots,0)$) — формальный модуль с действием группы F_c (аналог $F_c(\mathfrak{M})$);
$\underline{c}$, $\underline{\zeta}$, $\underline{\xi}$ — фиксированные ряды из $\mathcal{O}_T\{\{t_1\}\}[[t_2]]$ такие, что $\underline{c}\big|_{\ldots,t_n=\pi} = c$, $\underline{\zeta}\big|_{\ldots,t_n=\pi} = \zeta$, $\underline{\xi}\big|_{\ldots,t_n=\pi} = \xi$.

Многочленная формальная группа F_c имеет вид $F_c(X,Y) = X + Y + cXY$.

В работах [1] и [2] было также построено спаривание

$$\{\cdot,\cdot\}_c \colon K_2(K) \times F_c(\mathfrak{M}) \to \langle\xi\rangle_c\,,$$
$$\{\alpha,\beta\}_c = \left[\operatorname{tr}\operatorname{res}\Phi(\underline{\alpha},\underline{\beta})\,/s_c\right]_c(\xi),$$

где $\underline{\alpha} \in \mathcal{H}_\mathfrak{m}$, $\underline{\beta} \in \mathcal{H}_c$ — ряды при подстановке $t_1 = t$, $t_2 = \pi$, дающие значения α и β соответственно; res — вычет ряда (коэффициент при $t_1^{-1}t_2^{-1}$); ряды $\Phi(X,Y)$ и s_c определены во введении [2].

Следующая теорема объединяет свойства и корректность определения спаривания $\{\alpha,\beta\}_c$, доказанные в [1, 2].

Теорема 1. *Спаривание $\{\alpha,\beta\}_c$ корректно определено, т. е. не зависит от выбора разложения элементов α, β в ряды $\underline{\alpha}$, $\underline{\beta}$, а также от выбора системы локальных униформизующих t, π. Кроме того, выполнены следующие свойства:*

- *аддитивность:*

$$\{\alpha_1\cdot\alpha_2,\beta\}_c = \{\alpha_1,\beta\}_c + \{\alpha_2,\beta\}_c;$$
$$\{\alpha,\beta_1 +_{F_c} \beta_2\}_c = \{\alpha,\beta_1\}_c + \{\alpha,\beta_2\}_c;$$
$$\{\alpha,[\nu]_c\beta\}_c = \nu\{\alpha,\beta\}_c, \quad \nu\in\mathbb{Z}_p;$$

- *символьное свойство:*

$$\{\{\ldots,\alpha,\ldots\},\underline{c}^{p-1}\alpha\}_c = 0.$$

Нам понадобится мультипликативный базис в $K_2(K)/K_2(K)^p$.

Предложение 1. *Любой элемент $x \in K_2(K)$ с точностью до p-й степени представим в виде*

$$x = \{t,\pi\}^a\cdot\{u,\pi\}\cdot\{t,v\}, \tag{1}$$

где $a \neq 0 \mod p$, u, v — главные единицы в $\mathcal{O}_K$.

Это утверждение является следствием более общего утверждения для n-мерного случая (см. [5, раздел 2, предложение 1]).

Кроме того, в модуле $F_c(\mathfrak{M})$ для данной системы локальных униформизующих t,π был выделен базис Гензеля, состоящий из элементов $\varepsilon_{\theta,i}$ и примарного элемента $\omega_c(a)$ (см. [2, раздел 3]). Нам понадобятся следующие факты об этом базисе:

$$\varepsilon_{\theta,i} = -\theta c^{p-1}t^{i_1}\pi^{i_2}, \tag{2}$$

где, в частности, $\mathrm{LCM}(i_1,i_2,p) = 1$ (см. [2, лемма 4]);

$$\{\{t,\pi\},\varepsilon_{\theta,i}\}_c = 0 \tag{3}$$

аналогично лемме 5 в [2, раздел 3] следует из символьного свойства;

$$\{\{\alpha_1, \alpha_2\}, \omega_c(a)\}_c = [\deg\{\alpha_1, \alpha_2\}]_c(\xi) \tag{4}$$

(см. [2, раздел 3, лемма 6]), где $\deg\{\alpha_1, \alpha_2\}$ равно степени вхождения символа $\{t, \pi\}$ в разложение $\{\alpha_1, \alpha_2\}$ по базису (1).

Обозначим также для $\beta \in K$ элемент $[p]_c^{-1}(\beta)$, для которого выполняется $[p]_c([p]_c^{-1}(\beta)) = \beta$. Такой элемент единственен с точностью до формальной степени элемента ξ; этого будет достаточно для однозначной интерпретации обозначения.

3. Норменное свойство. Норменное свойство является основным свойством, связывающим спаривание Гильберта с локальной теорией полей классов. Напомним, что для расширения L/K можно ввести норменное отображение $\mathrm{N}orm_{K_2(L)/K_2(K)}\colon K_2(L) \to K_2(K)$, аналогичное одномерному отображению нормы $\mathrm{N}orm_{L/K}\colon L \to K$. Определение и основные свойства этого отображения изложены, например, в [3, глава 9, раздел 3]. По умолчанию ниже мы будем пользоваться мультипликативностью $\mathrm{N}orm_{K_2(L)/K_2(K)}$ и тем фактом, что справедливо равенство

$$\mathrm{N}orm_{K_2(L)/K_2(K)}(\{\alpha, \beta\}) = \{\alpha, \mathrm{N}orm_{L/K}(\beta)\} \text{ для } \alpha \in K, \quad \beta \in L.$$

Мы будем говорить, что $x \in K_2(K)$ — *норма в* $K_2(L)$, если x лежит в образе $\mathrm{N}orm_{K_2(L)/K_2(K)}$. Норменное свойство спаривания $\{\cdot, \cdot\}_c$ заключается в следующем.

Теорема 2 (норменное свойство). *Пусть $x \in K_2(K)$ и $\beta \in F_c(\mathfrak{M})$, тогда*

$$\{x, \beta\}_c = 0 \Longleftrightarrow x - \text{норма в } K_2(K([p]_c^{-1}(\beta))).$$

Оставшаяся часть статьи будет посвящена доказательству теоремы 2. Мы будем говорить, что x и β *отвечают норменному свойству*, если для них выполнена теорема 2.

Лемма 1. *Пусть α, β, $\gamma \in K^*$. Символ $\{\alpha, \beta\}$ является нормой из группы Милнора $K_2(K(\sqrt[r]{\gamma}))$ тогда и только тогда, когда символ $\{\alpha, \gamma\}$ — норма из $K_2(K(\sqrt[r]{\beta}))$. Если $\{\alpha, \beta\}$ — норма из $K_2(K(\sqrt[r]{\gamma_1}))$ и $K_2(K(\sqrt[r]{\gamma_2}))$, то $\{\alpha, \beta\}$ — норма из $K_2(K(\sqrt[r]{\gamma_1\gamma_2}))$.*

Доказательство этой леммы см. в [6, следствие 24.7].

Следствие 1. *Если $\{\alpha, \beta\}$ — норма из $K_2(K([p]_c^{-1}(\gamma_1)))$ и $K_2(K([p]_c^{-1}(\gamma_2)))$, тогда $\{\alpha, \beta\}$ — норма и в $K_2(K([p]_c^{-1}(\gamma_1 +_{F_c} \gamma_2)))$.*

Доказательство немедленно следует из леммы 1, если заметить, что $K([p]_c^{-1}(\gamma)) = K(\sqrt[p]{1 + c\gamma})$.

Лемма 2. *Образ группы $K_2(K([p]_c^{-1}(\omega_c(a))))$ при норменном отображении порожден группой $K_2(K)^p$ и символами $\{u, \pi\}$, $\{t, v\}$, где u, v — произвольные главные единицы поля K.*

Доказательство в общем виде проводится аналогично доказательству леммы 13 из [4, § 6]. Более того, если воспользоваться явным видом группы F_c, то несложно видеть, что лемма 2 напрямую следует из леммы 13 [4, § 6]. Действительно, элемент $\omega_* = 1 + c\omega_c(a)$ является примарным в мультипликативном смысле, и выполняется $1 + c \cdot [p]_c^{-1}(\omega_c(a)) = \sqrt[p]{\omega_*}$, поэтому справедливо $K_2(K([p]_c^{-1}(\omega_c(a)))) = K_2(\sqrt[p]{\omega_*})$, и данное утверждение является подслучаем леммы 13 [4, § 6].

Лемма 3. *Для любого элемента $\beta \in F_c(\mathfrak{M})$ пара $\{t, \pi\}$, β отвечает норменному свойству.*

Доказательство. Разложим β по базису Гензеля:

$$\beta = [\eta]_c \omega_c(a) +_{F_c} \sum_{\theta,i} [\eta_{\theta,i}]_c \varepsilon_{\theta,i}.$$

Из свойств (3), (4) и линейности спаривания следует

$$\{\{t, \pi\}, \beta\}_c = [\eta]_c(\xi), \quad \text{т. е.} \quad \{\{t, \pi\}, \beta\}_c = 0 \iff \eta \equiv 0 \mod p. \tag{5}$$

Заметим теперь, что $\{t, \pi\}$ является нормой в $K_2(K([p]_c^{-1}(\varepsilon_{\theta,i})))$. Действительно, пусть $\varepsilon_{\theta,i} = -\theta c^{p-1} t^{i_1} \pi^{i_2}$ и, не умаляя общности, i_2 не кратен p (случай, когда i_1 не кратен p, рассматривается аналогично). Тогда будем иметь

$$\{t, \pi\}^{i_2} = \{t, \pi^{i_2}\} = \{t, t^{i_1} \pi^{i_2}\} \equiv \{t, -\theta t^{i_1} \pi^{i_2}\} \mod K_2(K)^p.$$

Элемент $\alpha \in F_c(\mathfrak{M})$ всегда является нормой в расширении $K([p]_c^{-1}(c^{p-1}\alpha))/K$, так как $[p]_c^{-1}(c^{p-1}\alpha)$ является решением уравнения

$$[p]_c(X) = c^{p-1}\alpha \iff ((1 + cX)^p - 1) = c^{p-1}\alpha \iff X^p + \ldots + pc^{1-p}X - \alpha = 0.$$

Таким образом, для $\alpha = -\theta t^{i_1} \pi^{i_2}$, $L = K([p]_c^{-1}(c^{p-1}\alpha))$ имеем $\alpha \in \mathrm{N}orm_{L/K}(L)$, следовательно $\{t, \alpha\} \in \mathrm{N}orm_{K_2(L)/K_2(K)}(K_2(L))$. Очевидно $K_2(K)^p \subset \mathrm{N}orm_{K_2(L)/K_2(K)}(K_2(L))$, поэтому $\{t, \pi\}^{i_2} \in \mathrm{N}orm_{K_2(L)/K_2(K)}(K_2(L)) \iff \{t, \pi\} \in \mathrm{N}orm_{K_2(L)/K_2(K)}(K_2(L))$ (так как $\{t, \pi\} \equiv \{t, \pi\}^{i_2\mu} \mod K_2(K)^p$ при подходящем μ).

Теперь, если $\{\{t, \pi\}, \beta\}_c = 0$, то, согласно (5), β в разложении по базису Гензеля не имеет примарной части (с точностью до образа изогении $[p]_c$), поэтому из следствия 1 и результата выше получаем, что $\{t, \pi\}$ является нормой в $K_2(K([p]_c^{-1}(\beta)))$.

В обратную сторону, если $\{t, \pi\}$ является нормой в $K_2(K([p]_c^{-1}(\beta)))$, то, в силу следствия 1, $\{t, \pi\}$ также является нормой в $K_2(K([p]_c^{-1}([\eta]_c \omega_c(a))))$. Из леммы 2 следует, что подобное возможно лишь при η кратном p, т. е. при $\{\{t, \pi\}, \beta\}_c = 0$. $\square$

Лемма 4. *Для произвольных главных единиц u, v и элемента $\beta \in F_c(\mathfrak{M})$ пары $\{u, \pi\}$, β и $\{t, v\}$, β удовлетворяют норменному свойству.*

Доказательство. Оба описанных в лемме случая рассматриваются аналогично. Для определенности возьмем пару $\{t, v\}$, β.

Элемент $\omega_c(a)$ ортогонален символу $\{t, v\}$ (см. (4)) и символ $\{t, v\}$ является нормой в $K_2(K([p^\mu]_c^{-1}(\omega_c(a))))$ по лемме 2. Учитывая следствие 1, можно вычесть из β всю примарную компоненту в разложении по базису Гензеля и получить равносильное утверждение. Осталось рассмотреть случай, когда в β нет примарной компоненты. Тогда согласно (3) будем иметь $\{\{t, \pi\}, \beta\}_c = 0$, и по лемме 5 $\{t, \pi\}$ является нормой в $K_2(K([p]_c^{-1}(\beta)))$.

Если $\{\{t, v\}, \beta\}_c = 0$, то $\{\{t, v\pi\}, \beta\}_c = 0$. Обозначим $\tau = v\pi$ и перейдем в систему униформизующих $\{t, \tau\}$. Согласно лемме 5 получаем, что $\{t, \tau\}$ — норма в $K_2(K([p]_c^{-1}(\beta)))$. Тогда $\{t, v\} = \{t, \tau\}/\{t, \pi\}$ тоже является нормой в $K_2(K([p]_c^{-1}(\beta)))$.

Наоборот, если $\{t, v\}$ — норма $K_2(K([p]_c^{-1}(\beta)))$, то $\{t, \tau\} = \{t, \pi\} \cdot \{t, v\}$ — также норма в $K_2(K([p]_c^{-1}(\beta)))$. И в системе образующих $\{t, \tau\}$ лемма 3 гарантирует, что будет выполняться $\{t, \tau\}, \beta\}_c = 0$. Из линейности символа получаем требуемое $\{\{t, v\}, \beta\}_c = 0$. $\square$

Следствие 2. *Для любого элемента* $\beta \in F_c(\mathfrak{M})$, *главных единиц* u, v *и целого числа* μ *пары* $\{t,\pi\}^\mu\{u,\pi\}$, β *и* $\{t,\pi\}^\mu\{t,v\}$, β *отвечают норменному свойству.*

Доказательство. Для определенности рассмотрим случай пары $x = \{t,\pi\}^\mu\{u,\pi\}$, β; случай пар второго типа рассматривается аналогично.

Если $\mu \equiv 0 \mod p$, требуемое доказано в лемме 4.

Если же μ не кратно p, выберем натуральное число η такое, что $\eta\mu \equiv 1 \mod p$. Имеем

$$x^\eta = \{t,\pi\}\{u^\eta,\pi\} = \{tu^\eta,\pi\} \mod K_2(K)^p.$$

Пара tu^η, π является системой локальных униформизующих поля K, поэтому пара x^η, β отвечает норменному свойству в силу леммы 3. Очевидно также, что так как $(\eta,p)=1$, выполняется $\{x,\beta\}_c = 0 \iff \{x^\eta,\beta\}_c = 0$ и x — норма в $K_2(L) \iff x^\eta$ — норма в $K_2(L)$, где $L = K([p]_c^{-1}(\beta))$. Поэтому норменное свойство выполнено и для пары x, β. $\square$

Перейдем теперь к доказательству общего случая теоремы 2. Для начала выберем систему локальных униформизующих t, π такую, что $\{\{t,\pi\},\beta\}_c \neq 0$. Если такой нет и β ортогонален всем символам систем локальных униформизующих, то β ортогонален всем символам в принципе (потому что в разложении (1) элементы $\{u,\pi\}$ можно представить как отношение $\{u,\pi\} = \{tu,\pi\}/\{t,\pi\}$ символов локальных униформизующих и также поступить с символами $\{t,v\}$). Тогда из леммы 3 и мультипликативности норменного отображения следует, что все символы также являются нормой в $K_2(K([p]_c^{-1}(\beta)))$ (более того, можно показать, что в этом случае β лежит в $[p]_c(F(\mathfrak{M}))$).

Пусть теперь мы фиксировали t, π так, что $\{\{t,\pi\},\beta\}_c = 0$. Разложим элемент x по базису (1) относительно униформизующих t, π. Пусть $x = \{t,\pi\}^\mu\{u,\pi\}\{t,v\}$. Выберем натуральное η такое, что $\{\{t,\pi\}^\eta\{u,\pi\},\beta\}_c = 0$. По следствию 2 элемент $y = \{t,\pi\}^\eta\{u,\pi\}$ является нормой в $K_2(K([p]_c^{-1}(\beta)))$.

Если $\{x,\beta\}_c = 0$, то $\{x/y,\beta\}_c = 0$ и по следствию 2 получаем, что $x/y = \{t,\pi\}^{\mu-\eta}\{t,v\}$ — норма в $K_2(K([p]_c^{-1}(\beta)))$. Тогда $x = x/y \cdot y$ — тоже норма в $K_2(K([p]_c^{-1}(\beta)))$.

Если же x — норма из $K_2(K([p]_c^{-1}(\beta)))$, то x/y — тоже норма из $K_2(K([p]_c^{-1}(\beta)))$, и по следствию 2 получаем $\{x/y,\beta\}_c = 0$. Тогда будем иметь $\{x,\beta\}_c = \{x/y,\beta\}_c \cdot \{y,\beta\}_c = 0$.

Литература

1. *Востоков С. В., Волков В. В., Бондарко М. В.* Явная форма символа Гильберта для многочленных формальных модулей в многомерном локальном поле. I // Зап. научн. сем. ПОМИ. 2014. Т. 430. С. 53–60.

2. *Востоков С. В., Волков В. В.* Явная форма символа Гильберта для многочленных формальных модулей в многомерном локальном поле. II // Зап. научн. сем. ПОМИ. 2016. Т. 443. С. 46–60.

3. *Fesenko I. B., Vostokov S. V.* Local fields and their extensions. Second edition. Providence, R. I.: Amer. Math. Soc., 2002.

4. *Востоков С. В.* Явная конструкция теории полей классов многомерного локального поля // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1985. Т. 49, N 2. С. 283–308.

5. *Паршин А. Н.* Локальная теория полей классов // Тр. матем. ин-та им. В. А. Стеклова АН СССР. 1984. Т. 165. С. 143–170.

6. *Суслин А. А.* Алгебраическая K-теория и гомоморфизм норменного вычета // Совр. проблемы матем. 1984. Т. 25. С. 115–208.

Статья поступила в редакцию 6 апреля 2016 г.

Сведения об авторе

Волков Владислав Владимирович — аспирант; vladvolkov239@gmail.com

ON A NORM PROPERTY OF HILBERT SYMBOL OVER POLYNOMIAL FORMAL MODULE IN MULTIDIMENSIONAL LOCAL FIELD

Vladislav V. Volkov

St. Petersburg State University, Universitetskaya nab., 7–9, St. Petersburg, 199034, Russian Federation; vladvolkov239@gmail.com

A polynomial formal group $F_c(X, Y) = X + Y + cXY$ over a two-dimensional local field K, which contains p-th root of unity, is considered. It acts naturally on the maximal ideal $\mathfrak{M}$ of the ring of integers $\mathcal{O}_K$. There is a constructive Hilbert pairing $\{\cdot,\cdot\}_c\colon K_2(K) \times F_c(\mathfrak{M}) \to \langle\xi\rangle_c$, where $\langle\xi\rangle_c$ stands for a module of roots of $[p]_c$ (p-th degree isogeny of F_c) with respect to the formal summation. There is also a norm map of Milnor groups $\mathrm{N}orm\colon K_2(L) \to K_2(K)$ for a two-dimensional local fields extension L/K. Elements of its image are called norms in $K_2(L)$. The main result of this work proves, in a constructive way, the so-called norm property of the pairing $\{\cdot,\cdot\}_c$: $\{x, \beta\}_c = 0 \Longleftrightarrow x$ is a norm in $K_2(K([p]_c^{-1}(\beta)))$, where $[p]_c^{-1}(\beta)$ denotes roots of the equation $[p]_c = \beta$. Refs 6.

Keywords: Hilbert symbol, multidimensional local field, formal groups, polynomial formal group, norm property.

References

1. Vostokov S. V., Volkov V. V., Bondarko M. V., "An explicit form of Hilbert symbol for polynomial formal modules over a multidimensional local field. I", *Zapisky nauchnih seminarov POMI* **430**, 53–60 (2014) [in Russian].

2. Vostokov S. V., Volkov V. V., "An explicit form of Hilbert symbol for polynomial formal modules over a multidimensional local field. II", *Zapisky nauchnih seminarov POMI* **443**, 46–60 (2016) [in Russian].

3. Fesenko I. B., Vostokov S. V., *Local fields and their extensions* (Second edition, Amer. Math. Soc., Providence, R. I., 2002).

4. Vostokov S. V., "Explicit construction of the class field theory of multidimensional local field", *Izvestia AN SSSR Math. Ser.* **49**(2), 283–308 (1985) [in Russian].

5. Parshin A. N., "Local class field theory", *Tr. Math. Inst. V. A. Steklova AN SSSR* **165**, 143–170 (1984) [in Russian].

6. Suslin A. A., "Algebraic K-theory and the norm residue homomorphism", *Sovremennie problemi matematiki* **25**, 115–208 (1984) [in Russian].

Для цитирования: Волков В. В. О норменном свойстве символа Гильберта для многочленных формальных модулей в многомерном локальном поле // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. 2016. Т. 3 (61). Вып. 4. С. 552–557. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2016.404

For citation: Volkov V. V. On a norm property of Hilbert symbol over polynomial formal module in multidimensional local field. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 1. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2016, vol. 3 (61), issue 4, pp. 552–557. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2016.404