

О ПРИМЕНЕНИИ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ И ГРАДИЕНТНЫХ МЕТОДОВ К ЗАДАЧЕ РЕКОНСТРУКЦИИ ПОЛЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОРОУПРУГОЙ НЕОДНОРОДНОЙ КОЛОННЕ*

А. А. Ляпин, О. В. Руденко, Ю. А. Святко

Южный Федеральный университет,
Российская Федерация, 344006, Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, 105/42

Наличие полей предварительных напряжений в пористых структурах играет важную роль в процессе деформирования. Для достаточно точного описания динамического поведения пористой среды с учетом предварительных напряжений требуется соответствующая математическая модель. Одним из методов построения модели колебаний среды с учетом начального состояния является метод линеаризации. В представляемой статье построены уравнения продольных колебаний пороупругого неоднородного тела при наличии поля предварительных напряжений. Проанализировано влияние уровня предварительных напряжений и модуля Био на динамическое поведение среды. Изучена задача о восстановлении поля предварительных напряжений для пороупругой неоднородной колонны на основе генетического алгоритма и метода нелинейной оптимизации с применением современных пакетов численного моделирования. Проведен ряд численных экспериментов по реконструкции различных законов распределения поля предварительных напряжений описанными методами. Библиогр. 12 назв. Ил. 3.

Ключевые слова: пороупругость, предварительные напряжения, реконструкция неоднородных свойств, колебания.

1. Введение. Поведение некоторых биологических структур и современных технических изделий описывается в рамках моделей пороупругого материала. При этом предварительные напряжения (ПН), которые создаются в объекте скрытыми воздействиями различной природы, могут играть как важную функциональную роль, например в костной ткани, так и оказывать негативное воздействие. Необходимо отметить, что наличие предварительных или остаточных напряжений в механических структурах существенно изменяет их напряженно-деформированное состояние, поэтому без учета таких напряжений результаты моделирования могут в значительной мере отличаться от реальных данных. В случае искусственных объектов и для биологических тел ПН могут возникать по причине каких-либо внешних или внутренних воздействий. Эти и другие факторы, связанные с наличием и распределением полей ПН, требуют разработки методик их определения и оценки.

Применение балочной модели позволяет исследовать основные свойства среды и выявлять важные аспекты динамических процессов, протекающих в теле. Например, в работе [1] в рамках теории Био и модели балки Тимошенко рассмотрен динамический отклик пороупругой балки, находящейся под действием точечной нагрузки.

Многие методы, применяемые сегодня при реконструкции неоднородных характеристик, требуют построения математической модели поведения среды при различных условиях. Данный факт затрудняет решение обратных задач для сред со сложной геометрией или физико-механическими свойствами. В таких случаях эффективным методом является применение алгоритмов, не требующих построения операторных

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-01-31453 мол_а), внутреннего гранта ЮФУ (№ БЧ 213.01-2014/03-ВГ) и государственного задания Минобрнауки РФ (№ 9.665.2014/К).

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2016

соотношений для определения неизвестных параметров, а заключающихся только в построении некоторой фитнес-функции, которую необходимо минимизировать на множестве параметров задачи. Среди таких методов стоит выделить генетические алгоритмы и методы нелинейной оптимизации.

Предыдущие результаты для аналогичной проблемы реконструкции коэффициентов дифференциальных операторов и предварительных напряжений в пористой среде [2, 3] были получены на основе решения интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода. Построение таких соотношений для сред со сложной геометрией и их последующее решение является трудной задачей. В представляемой статье изложены результаты применения генетических алгоритмов и градиентных методов к решению описанных проблем.

Отметим некоторые работы, посвященные применению генетических алгоритмов для задач механики и реконструкции неоднородных параметров сред. В статье [4] генетический алгоритм применяется для определения материальных свойств композиционной пластины. Пример приложения генетического алгоритма к решению обратной задачи по определению коэффициента теплопроводности приведен в [5]. В статье [6] описывается восстановление функции для описания упругих констант ортотропной пластины. В работе [7] показано, как градуировкой набора параметров с помощью использования генетического алгоритма можно оптимизировать методику стентирования. В [8] предлагается процедура для характеристики и восстановления периодических элементарных ячеек высоконагруженного неоднородного композитного материала с порошковым наполнением. В статье [9] представляется теория моделирования пористого скелета. Предлагается новый метод восстановления с использованием генетического алгоритма для модели пористого скелета с неравномерным распределением пор, основанный на экспериментальных данных о реальном строении пор.

2. Колебания пороупругого тела с учетом предварительных напряжений. На основе общих уравнений движения пороупругого континуума, описанных в работе М. А. Био [10], уравнения установившихся продольных колебаний для неоднородной пороупругой одномерной среды после отделения временного множителя могут быть выписаны в виде

$$\begin{aligned} [E(x)\varepsilon(x, \omega) - a(x)p(x, \omega)]' + \rho\omega^2 v(x, \omega) &= 0, \\ - (k(x)p'(x, \omega))' + i\omega \frac{\phi(x)^2}{R} p(x, \omega) + i\omega a(x)v'(x, \omega) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $E(x)$ — модуль Юнга, $v(x, \omega)$ — функция смещения, $\varepsilon(x, \omega)$ — компонента тензора деформации, ρ — плотность материала, ω — частота колебаний, $a(x)$ — модуль Био, $k(x)$ — коэффициент проницаемости среды, $p(x, \omega)$ — функция порового давления, $\phi(x)$ — пористость среды, R — гидростатическая константа. Штрихом обозначена производная по x .

В уравнениях (1) не учитывается влияние полей ПН. Для вывода постановки задачи с учетом неоднородного поля ПН необходимо представить функцию смещения в виде суммы компоненты смещения u_0 , характеризующей предварительное напряженное состояние (ПНС), и компоненты u , описывающей текущее состояние:

$$v(x, \omega) = u_0(x, \omega) + u(x, \omega).$$

Тогда для описания установившихся колебаний неоднородной пороупругой среды характерного размера L будем использовать следующую постановку задачи [2]:

$$\begin{aligned}
 & [(E(x) + \sigma_0(x))u'(x, \omega) - a(x)p(x, \omega)]' + \rho\omega^2 u(x, \omega) = 0, \\
 & - (k(x)p'(x, \omega))' + i\omega \frac{\phi(x)^2}{R} p(x, \omega) + i\omega a(x)u'(x, \omega) = 0, \\
 & u(x, \omega)|_{x=0} = 0, \quad p(x, \omega)|_{x=0} = 0, \\
 & [(E(x) + \sigma_0(x))u'(x, \omega) - a(x)p(x, \omega)]|_{x=L} = f, \\
 & - k(x)p'(x, \omega)|_{x=L} = h,
 \end{aligned} \tag{2}$$

где f, h — усилие и поток поровой жидкости при $x = L$, $\sigma_0(x)$ — закон распределения поля предварительных напряжений.

Порядки значений законов распределения материальных характеристик, входящих в (2), значительно отличаются друг от друга. Данный факт приводит к трудностям при численной реализации алгоритмов решения системы (2). Для преодоления этих трудностей сделаем задачу безразмерной, для этого введем следующие коэффициенты и функции:

$$\begin{aligned}
 \xi &= \frac{x}{L}, \quad U(\xi, \kappa) = \frac{u(x, \omega)}{L}, \quad P(\xi, \kappa) = \frac{p(x, \omega)}{P_*}, \quad \gamma(\xi) = \frac{E(x)}{E_{\max}}, \\
 \beta(\xi) &= \frac{a(x)P_*L}{E_{\max}}, \quad \kappa^2 = \frac{\rho\omega^2 L^2}{E_{\max}}, \quad \mu(\xi) = k(x) \frac{P_*^2}{\sqrt{E_{\max}\rho}}, \quad \delta(\xi) = \frac{P_*^2 L}{E_{\max}} \frac{\phi(x)^2}{R}, \\
 \tau g(\xi) &= \frac{\sigma_0(x)}{E_{\max}}, \quad F = \frac{f}{E_{\max}}, \quad H = h \frac{P_* L}{\sqrt{E_{\max}\rho}}.
 \end{aligned}$$

Здесь E_{\max} — максимальное значение модуля Юнга на интервале $[0, L]$, P_* — некоторое характерное давление, $g(\xi)$ описывает закон изменения ПНС, параметр τ характеризует уровень ПНС, параметр κ пропорционален частоте колебаний.

Соответственно, система дифференциальных уравнений и граничные условия в безразмерной форме будут иметь вид

$$\begin{aligned}
 & [(\gamma(\xi) + \tau g(\xi))U'(\xi, \kappa) - \beta(\xi)P(\xi, \kappa)]' + \kappa^2 U(\xi, \kappa) = 0, \\
 & - (\mu(\xi)P'(\xi, \kappa))' + i\kappa\delta P(\xi, \kappa) + i\kappa\beta(\xi)U'(\xi, \kappa) = 0,
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 & U(\xi, \kappa)|_{\xi=0} = 0, \quad P(\xi, \kappa)|_{\xi=0} = 0, \\
 & [(\gamma(\xi) + \tau g(\xi))U'(\xi, \kappa) - \beta(\xi)P(\xi, \kappa)]|_{\xi=1} = F, \\
 & - \mu(\xi)P'(\xi, \kappa)|_{\xi=1} = H.
 \end{aligned} \tag{4}$$

В общем случае неоднородности характеристик среды и поля ПНС решение представленной задачи можно получить только численно. В настоящей работе в качестве численного метода используется метод пристрелки, реализация которого основана на решении ряда задач Коши с линейно независимыми граничными условиями и группировке полученных решений в виде линейной комбинации, коэффициенты которой определяются из краевых условий при $\xi = 1$.

Для определения возможности решения обратной задачи диагностики поля ПНС в рамках акустического метода проведен анализ влияния значений модуля Био β (рис. 1, а) и параметра τ (рис. 1, б) на амплитудно-частотную характеристику (АЧХ)

функции $U(1, \kappa)$. Параметр ϵ , характеризующий уровень модуля Био, введем следующим образом: $\hat{\beta} = \epsilon \cdot \beta$. Для построения значений амплитудно-частотных характеристик будем решать систему (3) с граничными условиями (4) с новым безразмерным модулем Био $\hat{\beta}$ и при различных значениях параметра ϵ .

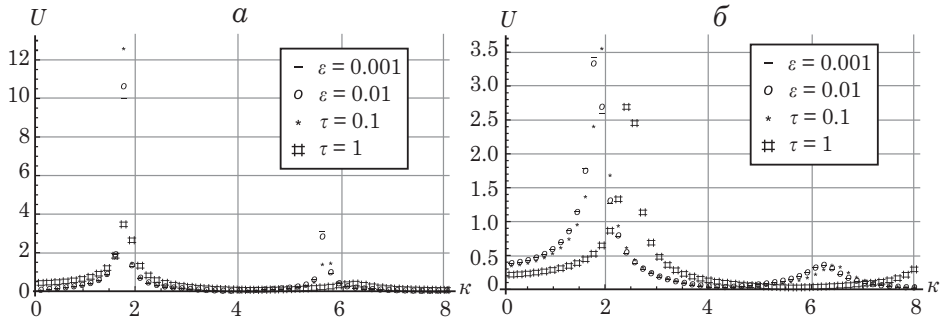


Рис. 1. Графики АЧХ для различных значений уровня модуля Био (а) и уровня ПНС (б).

Из приведенных графиков видно, что повышение уровня ПН, как и значения параметра связанности среды (модуля Био) увеличивает значения резонансных частот. Параметр Био влияет на наличие затухания в среде и воздействие жидкой фракции на упругий скелет. Отметим, что если устремить этот параметр к нулю, исходная система связанных уравнений (3) и граничные условия (4) развязываются относительно неизвестных функций $U(\xi, \kappa)$ и $P(\xi, \kappa)$. Как видно из рис. 1, а, увеличение параметра Био ведет к более сильному затуханию в среде, что демонстрируется уменьшением амплитуды функции смещения на частоте второго резонанса. При больших значениях параметра κ ($\kappa > 8$) амплитуда смещений падает значительно.

Таким образом, на основе измерения и анализа функции АЧХ можно проводить реконструкцию полей предварительных напряжений, так как их уровень оказывает соответственное влияние на вид функции АЧХ.

3. Восстановление неоднородного поля предварительных напряжений.

Рассмотрим задачу о восстановлении функции предварительных напряжений $g(\xi)$. В качестве неизвестных можно использовать значения функции $g(\xi)$ в точках ξ_i , $i = 0, \dots, N_\xi$, $\xi_0 = 0, \xi_{N_\xi} = 1$, равномерно распределенных на отрезке $[0, 1]$. Такой подход универсален и позволяет учитывать изломы и скачки функции $g(\xi)$, однако, требует большого числа точек N_ξ . Другой подход связан с представлением искомой функции в виде разложения по некоторому базису $\psi_i(\xi)$, коэффициенты которого будут неизвестными параметрами задачи: $g(\xi) = \sum_{i=0}^{N_\xi} [A_i \psi_i(\xi)]$.

От правильного выбора базисных функций $\psi_i(\xi)$ в значительной степени зависит точность решения обратной задачи. Для поставленной задачи в качестве базисных функций были взяты полиномы Чебышёва первого рода, которые обеспечивают удовлетворительную точность решения.

Для решения задач реконструкции необходимо обладать некоторой априорной информацией, на основе которой нужно составить фитнес-функцию для последующей ее минимизации. Так, пусть нам известно значение амплитуды функции смещения на конце $\xi = 1$ в некотором диапазоне частот:

$$U(1, \kappa) = w(\kappa), \quad \kappa \in [\kappa_1, \kappa_2].$$

Тогда фитнес-функцию можно представить в виде

$$F(A_i) = \int_{\kappa_1}^{\kappa_2} |w(\kappa) - U_0(1, \kappa)| d\kappa, \quad (5)$$

где $U_0(1, \kappa)$ — значение функции смещения на конце $\xi = 1$ в случае, когда распределение функции предварительных напряжений $g(\xi)$ есть либо начальное приближение в виде константы, либо значение, полученное на предыдущем шаге решения.

Минимизация функции (5) была осуществлена двумя способами: при помощи генетического алгоритма и с помощью метода нелинейной оптимизации.

На сегодняшний день существует множество видов генетических алгоритмов. Одним из наиболее популярных является метод дифференциальной эволюции — метод эволюционного моделирования, предназначенный для решения задач многомерной оптимизации.

Метод дифференциальной эволюции был разработан Рэйнером Сторном и Кеннетом Прайсом в 1995 г. Первые упоминания о нем содержатся в техническом докладе [11], а полноценное описание и исследование метода представлено в монографии [12]. Основным преимуществом метода дифференциальной эволюции является отсутствие необходимости вычисления производных фитнес-функции. Описанный алгоритм был реализован в пакете Wolfram Mathematica, позволяющем эффективно моделировать каждую стадию алгоритма, а также применять распараллеливание к некоторым этапам. Параметры генетического алгоритма были выбраны следующим образом: число генов в хромосоме — 15, фактор скрещивания — 0.6, вероятность мутации — 25%.

На рис. 2 представлены результаты восстановления уровня предварительных напряжений для различных законов их распределения по длине колонны. Во всех случаях диапазон частот $[\kappa_1, \kappa_2]$ брался между значениями первой и второй резонансных частот.

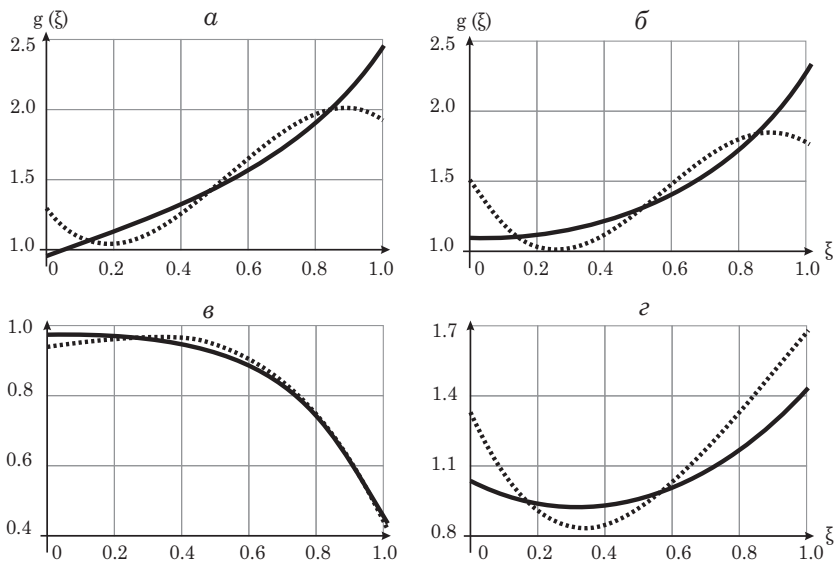


Рис. 2. Результаты восстановления уровня преднапряжения на основе генетического алгоритма (а): $g(\xi) = 0.9(1 + \xi + \xi^4)$, (б): $g(\xi) = 0.198(1 + 4e^{\xi^2})$, (в): $g(\xi) = 1 - 0.1\xi^2 - 0.5\xi^4$, (г): $g(\xi) = 1 + \xi^2 - 0.7 \sin(\xi)$. Сплошная линия — точное решение, пунктирная линия — восстановленное решение.

Применение генетических алгоритмов при решении обратных задач дает удовлетворительные результаты. Стоит отметить, что требуется значительное число членов в популяциях, что приводит к большому времени расчета даже для простых задач.

Другой эффективный метод решения обратных задач — метод нелинейной оптимизации. Данный метод является аналогом градиентных методов и основывается на вычислении гессиана минимизируемой функции $f(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$:

$$H(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j, a_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}. \quad (6)$$

В случае, если нет возможности построить аналитически производные функции $f(\mathbf{x})$, для их вычисления применяется метод конечных разностей.

Процесс решения обратной задачи при помощи метода нелинейной оптимизации строился с применением пакета MatLab следующим образом: на первом этапе решение отыскивалось в классе линейных функций с константой в качестве начального приближения, далее полученное решение использовалось в качестве начального приближения для следующего этапа, на котором решение уже отыскивалось в классе квадратичных функций. Процесс завершался при достижении заданной точности (10^{-4} для представленных результатов) для минимизации фитнес-функции.

Такой подход в значительной мере ускоряет процесс решения и приводит к лучшим результатам, чем поиск решения сразу в классе полиномов высокой степени.

На рис. 3 представлены результаты восстановления уровня предварительных напряжений для различных законов их распределения по длине колонны. Во всех случаях диапазон частот $[\kappa_1, \kappa_2]$ брался между значениями первой и второй резонансных частот.

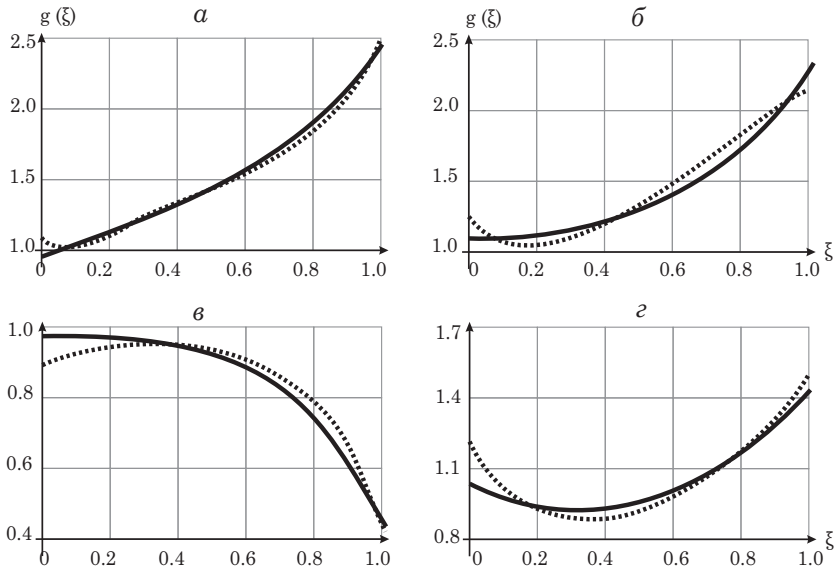


Рис. 3. Результаты восстановления уровня преднапряжения на основе градиентного метода (а): $g(\xi) = 0.9(1 + \xi + \xi^4)$, (б): $g(\xi) = 0.198(1 + 4e^{\xi^2})$, (в): $g(\xi) = 1 - 0.1\xi^2 - 0.5\xi^4$, (г): $g(\xi) = 1 + \xi^2 - 0.7\sin(\xi)$. Сплошная линия — точное решение, пунктирная линия — восстановленное решение.

4. Заключение. Во всех примерах относительная погрешность восстановления составила менее 7% за исключением конечных точек, где для некоторых случаев погрешность была несколько выше. Отметим, что уровень ПН в исследуемой задаче

на три порядка меньше модуля упругости материала. Такой выбор был сделан исходя из соотношения уровней полей ПН и модулей упругости в реальных структурах. Несмотря на такое малое отличие по величине, результаты реконструкции являются удовлетворительными. Величина погрешности восстановления распределения закона ПН на основе решения интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода для аналогичной задачи [2] также не превысила 6–7%. Основное различие в эффективности работы представленных методов по сравнению с примененными ранее заключается в скорости работы алгоритмов. В зависимости от исходных параметров градиентного метода и генетического алгоритма (числа особей, вероятности и степени мутации и пр.) время решения задачи может значительно варьироваться, но для всех исследованных вариантов распределения функции ПН оно было больше, чем при решении задачи на основе интегральных соотношений. Для метода решения на основе генетического алгоритма время реализации несколько больше, чем для градиентного метода, и в значительной мере зависит от числа членов в популяции.

Литература

1. *Kiani K., Avili H. Gh., Kojorian A. N.* On the role of shear deformation in dynamic behavior of a fully saturated poroelastic beam traversed by a moving load // *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015. Vol. 94. P. 84–95.
2. *Дударев В. В., Ляпин А. А., Святко Ю. А.* Реконструкция поля предварительных напряжений в неоднородной порупругой среде // *Экологический вестник научных центров ЧЭС*. 2015. № 3. С. 20–25.
3. *Ватульян А. О., Ляпин А. А.* Об обратных коэффициентных задачах порупругости // *Известия Академии наук. Механика твердого тела*. 2013. № 2. С. 114–121.
4. *Liu G. R., Han X., Lam K. Y.* A combined genetic algorithm and nonlinear least squares method for material characterization using elastic waves // *Computer methods in applied mechanics and engineering*. 2002. Vol. 191. P. 1909–1921.
5. *Slota D.* Using genetic algorithms for the determination of an heat transfer coefficient in three-phase inverse stefan problem // *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2008. Vol. 35. P. 149–156.
6. *Vishnuvardhan J., Krishnamurthy C. V., Balasubramaniam K.* Genetic algorithm reconstruction of orthotropic composite plate elastic constants from a single non-symmetric plane ultrasonic velocity data // *Composites: Part B. Engineering*. 2007. Vol. 38. P. 216–227.
7. *Spranger K., Capelli C., Bosi G. M., Schievano S., Ventikos Y.* Comparison and calibration of a real-time virtual stenting algorithm using finite element analysis and genetic algorithms // *Computer methods in applied mechanics and engineering*. 2015. Vol. 293. P. 462–480.
8. *Kumar N. Ch., Matous K., Geubelle Ph. H.* Reconstruction of periodic unit cells of multimodal random particulate composites using genetic algorithms // *Computational Materials Science*. 2008. Vol. 42. P. 352–367.
9. *Xu L., Liu X., Liang L.* A pore network model reconstruction method via genetic algorithm // *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2014. Vol. 21. P. 907–914.
10. *Biot M. A.* Theory of propagation of acoustic waves in a fluid-saturated porous solid. Part II. Higher frequency range // *J. Acoustic. Soc. Am.* 1956. Vol. 28, N 2. P. 179–191.
11. *Price K., Storm R.* A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces // *Technical Report TR-95-012, ICSI*. 1995.
12. *Price K., Storm R., Lampinen J.* *Differential evolution: a practical approach to global optimization*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005. 539 p.

Статья поступила в редколлегию 9 ноября 2015 г.

Сведения об авторах

Ляпин Александр Александрович — кандидат физико-математических наук, научный сотрудник; lyarin@sfedu.ru

Руденко Ольга Валерьевна — программист 1 категории; zhanova@sfedu.ru

Святко Юлия Александровна — аспирант; yuliannasvyatko@mail.ru

ON THE APPLICATION OF GENETIC ALGORITHMS AND GRADIENT METHODS FOR PROBLEM OF INITIAL STRESS FIELD RECONSTRUCTION IN POROELASTIC INHOMOGENEOUS COLUMN

Alexander A. Lyapin, Olga V. Rudenko, Yulia A. Svyatko

Southern Federal University, Bolshaya Sadovaya str., 105/42, Rostov-on-Don, 344006, Russian Federation; lyapin@sfnu.ru, zhanova@sfnu.ru, yulianasvyatko@mail.ru

Initial stress field acts significantly on the deformational process for porous structure. For accurate modeling of dynamics behavior of porous media taking into account initial stress field the corresponding mathematical model is essential. One of the common approaches for construction of mathematical model of dynamic behavior for porous media with considering initial state is linearization method. In current article the equations of longitudinal vibrations for poroelastic inhomogeneous body taking into account initial stress field are constructed on the basis of linearization for common deformation tensor. An influence of initial stress rate and Biot modulus rate on the dynamic behavior of media is analyzed. The problem for reconstruction of initial stress for poroelastic inhomogeneous column is considered based on application for genetic algorithms and nonlinear optimization method with the application of modern numerical software. The series of numerical experiments for reconstruction of various distribution laws of initial stress are performed using described methods. Refs 12. Figs 3.

Keywords: poroelasticity, initial stress, reconstruction of inhomogeneous characteristics, vibration.

References

1. Kiani K., Avili H. Gh., Kojorian A. N., "On the role of shear deformation in dynamic behavior of a fully saturated poroelastic beam traversed by a moving load", *International Journal of Mechanical Sciences* **94**, 84–95 (2015).
2. Dudarev V. V., Lyapin A. A., Svyatko Yu. A., "Reconstruction of initial stress field in the porous inhomogeneous media", *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation* (3), 20–25 (2015).
3. Vatulyan A. O., Lyapin A. A., "On the inverse problem of poroelasticity", *Proc. of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of Solids* (2), 114–121 (2015) [in Russian].
4. Liu G. R., Han X., Lam K. Y., "A combined genetic algorithm and nonlinear least squares method for material characterization using elastic waves", *Computer methods in applied mechanics and engineering* **191**, 1909–1921 (2002).
5. Slota D., "Using genetic algorithms for the determination of an heat transfer coefficient in three-phase inverse stefan problem", *International Communications in Heat and Mass Transfer* **35**, 149–156 (2008).
6. Vishnuvardhan J., Krishnamurthy C. V., Balasubramaniam K., "Genetic algorithm reconstruction of orthotropic composite plate elastic constants from a single non-symmetric plane ultrasonic velocity data", *Composites: Part B. Engineering* **38**, 216–227 (2007).
7. Spranger K., Capelli C., Bosi G. M., Schievano S., Ventikos Y., "Comparison and calibration of a real-time virtual stenting algorithm using finite element analysis and genetic algorithms", *Computer methods in applied mechanics and engineering* **293**, 462–480 (2015).
8. Kumar N. Ch., Matous K., Geubelle Ph. H., "Reconstruction of periodic unit cells of multimodal random particulate composites using genetic algorithms", *Computational Materials Science* **42**, 352–367 (2008).
9. Xu L., Liu X., Liang L., "A pore network model reconstruction method via genetic algorithm", *Journal of Natural Gas Science and Engineering* **21**, 907–914 (2014).
10. Biot M. A., "Theory of propagation of acoustic waves in a fluid-saturated porous solid. Part II. Higher frequency range", *J. Acoustic. Soc. Am.* **28**(2), 179–191 (1956).
11. Price K., Storm R., "A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces", *Technical Report TR-95-012, ICSI* (1995).
12. Price K., Storm R., Lampinen J., *Differential evolution: a practical approach to global optimization* (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005, 539 p.).

Для цитирования: Ляпин А. А., Руденко О. В., Святко Ю. А. О применении генетических алгоритмов и градиентных методов к задаче реконструкции поля предварительных напряжений в поропругой неоднородной колонне // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. 2016. Т. 3 (61). Вып. 3. С. 481–488. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2016.316

For citation: Lyapin A. A., Rudenko O. V., Svyatko Yu. A. On the application of genetic algorithms and gradient methods for problem of initial stress field reconstruction in poroelastic inhomogeneous column. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 1. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2016, vol. 3 (61), issue 3, pp. 481–488. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2016.316