

## ГЕОДЕЗИЧЕСКОЕ (РЕЛЯТИВИСТСКОЕ) ВРАЩЕНИЕ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ\*

*В. В. Пашкевич*

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН,  
Российская Федерация, 196140, Санкт-Петербург, Пулковское ш., 65-1

Данное исследование является продолжением изучения геодезического (релятивистского) вращения Луны, Солнца и больших планет Солнечной системы. На 2000-летнем (1000–3000 гг.) интервале времени с шагом в 1 сутки были образованы массивы значений компонент вектора угловой скорости геодезического вращения каждого из исследуемых тел относительно их собственных систем координат. При этом положения и скорости тел задавались фундаментальной эфемеридой JPL DE422/LE422. Исследование проводилось методами наименьших квадратов и спектрального анализа. В данном исследовании разработан и применён новый метод для вычисления величин геодезического вращения любых тел Солнечной системы, которые имеют вычисленную на длительном интервале времени эфемериду. Результаты, полученные с помощью этого метода, имеют хорошее подтверждение для геодезического вращения Земли. Таким образом впервые в возмущающих членах физической либрации для Луны и в углах Эйлера для Солнца, больших планет Солнечной системы и Плутона определены новые наиболее существенные вековые и периодические члены их геодезического вращения. Результаты данного исследования показывают, что геодезическое вращение Солнца, планет гигантов и Плутона является несущественным. Однако геодезическое вращение планет земной группы и Луны существенно и должно учитываться при построении высокоточных теорий вращательного движения этих тел Солнечной системы. Библиогр. 14 назв. Ил. 1. Табл. 2.

*Ключевые слова:* геодезическое (релятивистское) вращение тел Солнечной системы, эфемерида.

**Введение.** Геодезическое вращение является наиболее существенным из релятивистских эффектов вращения и включает в себя систематический эффект геодезической прецессии и периодический эффект геодезической нутации. Эти эффекты имеют формальное сходство с известными в классической механике явлениями прецессии и нутации. В отличие от последних, их появление не связано с действием на тело каких-либо сил, а обусловлено изменением направления его оси вращения в результате параллельного переноса вектора углового момента тела вдоль его орбиты в искривлённом пространстве-времени.

В наших предыдущих исследованиях [1, 2] задача вычисления геодезического (релятивистского) вращения больших планет, Плутона, Луны и Солнца решалась с использованием эфемериды JPL DE404/LE404 [3]. Были найдены наиболее существенные вековые и периодические члены проекций вектора геодезического вращения на оси кинематически невращающейся [4] собственной системы координат [5] исследуемого тела.

Основными целями данного исследования являются:

а) разработка нового метода определения геодезического вращения, а именно, величин геодезической прецессии и геодезической нутации любого тела Солнечной системы, новизна которого заключается в возможности вычисления в углах Эйлера высокоточных значений величин геодезического вращения любых тел Солнечной системы, имеющих вычисленную на длительном интервале времени эфемериду;

\*Работа выполнена при финансовой поддержке в рамках сотрудничества между Польской и Российской академиями наук (тема № 34) и персонального гранта А. Бжезиньского (№ DEC-2012/05/B/ST10/02132).

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2016

б) вычисление в возмущающих членах физической либрации для Луны и углах Эйлера для других тел Солнечной системы новых высокоточных значений величин их геодезического вращения, динамически согласованных с JPL эфемеридой DE422/LE422 [6].

Заметим, что ранее в работах других авторов вычислялись значения величин геодезического вращения только для Земли. Так, в работе [7] в углах Эйлера были вычислены значения геодезической прецессии и геодезической нутации Земли. В данной работе значения величин геодезического вращения других тел Солнечной системы вычисляются впервые.

**1. Метод решения задачи.** Достижение поставленных целей в данном исследовании осуществляется с помощью следующих этапов нового метода вычислений значений величин геодезического вращения любого тела Солнечной системы.

А) Задача о геодезическом (релятивистском) вращении тел Солнечной системы (больших планет, Плутона, Луны и Солнца) изучается относительно кинематически невращающейся [4] собственной координатной системы исследуемых тел [5]. Положения и скорости тел задаются фундаментальной эфемеридой DE422/LE422.

Б) С использованием эфемериды DE422/LE422 определяются скорости геодезического вращения каждого исследуемого тела (за исключением Луны) в углах Эйлера (для Луны — в возмущающих членах её физической либрации) с шагом в 1 сутки на 2000-летнем интервале времени (от AD1000 до AD3000).

В) Наиболее существенные члены скорости геодезического вращения исследуемых тел находятся методами наименьших квадратов и спектрального анализа. В результате вычисляются значения коэффициентов основных систематических и периодических членов скоростей геодезического вращения тел. После их аналитического интегрирования вычисляются систематические и периодические члены геодезического вращения тел.

**1.1.** Вектор угловой скорости геодезического вращения любых тел Солнечной системы определяется следующей формулой [1]:

$$\sigma_i = \frac{1}{c^2} \sum_{j \neq i} \frac{Gm_j}{|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|^3} \left\{ (\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j) \times \left( \frac{3}{2} \dot{\mathbf{R}}_i - 2\dot{\mathbf{R}}_j \right) \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $c$  — скорость света в вакууме;  $G$  — гравитационная постоянная; индексы  $i$  и  $j$  соответствуют большим планетам, Плутону, Луне и Солнцу;  $\mathbf{R}_i, \dot{\mathbf{R}}_i, \mathbf{R}_j, \dot{\mathbf{R}}_j$  — барицентрические векторы положений и скоростей  $i$ -го и  $j$ -го тел соответственно;  $m_j$  — масса  $j$ -го тела; символ  $\times$  обозначает векторное произведение. Релятивистский вектор угловой скорости для любого тела Солнечной системы вычисляется следующим образом:

$$\omega_{ri} = \omega_i + \sigma_i, \quad (2)$$

где  $\omega_i$  — ньютоновский вектор угловой скорости для любого тела Солнечной системы.

Редукция компонент вектора угловой скорости геодезического вращения тел Солнечной системы от геоцентрической системы координат (координатная система эфемериды DE422/LE422) к планетоцентрической координатной системе [5] осуществляется с помощью следующих матричных преобразований:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix} = r(\gamma_* B) p(-\varepsilon_*) r(\gamma_0 \gamma_*) p(\varepsilon_0) r(\Delta) \begin{pmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \sigma_Z \end{pmatrix}, \quad (3)$$



— поворот на угол  $\gamma_*B$  вдоль экватора вращения планеты от точки восходящего узла экватора вращения планеты к точке пересечения нулевого меридиана планеты с экватором вращения планеты.

В данном исследовании применяем формулы сферической геометрии [10] для решения сферического треугольника, изображённого на рис. 1 и определяющего ориентацию вектора угловой скорости геодезического вращения любого тела Солнечной системы в геоцентрической и планетоцентрической системах координат. Вычисляются редуцированные величины, необходимые для матричного преобразования (3):

$$\begin{aligned} \cos \varepsilon_* &= \sin \delta_0 \cos \varepsilon_0 - \cos \delta_0 \sin \varepsilon_0 \sin \alpha_0, \\ \sin \gamma_0 \gamma_* &= \frac{\cos \delta_0 \cos \alpha_0}{\sin \varepsilon_*}, \quad \sin Q \gamma_* = \frac{\sin \varepsilon_0 \cos \alpha_0}{\sin \varepsilon_*}, \\ \varphi &= W - Q \gamma_* + 180^\circ, \quad \theta = -\varepsilon_*, \quad \gamma_* B = W - Q \gamma_*, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\alpha_0$  — прямое восхождение северного полюса вращения тела;  $\delta_0$  — склонение северного полюса вращения тела;  $W = QB$  — угловое расстояние нулевого меридиана тела, отсчитываемое по экватору тела от неподвижного экватора Земли эпохи J2000. Значения этих величин можно найти в работе [5].

В результате элементарных преобразований из разности релятивистского (2) и ньютонового вектора угловой скорости тела Солнечной системы, кинематических уравнений Эйлера [11], определяющих проекции вектора угловой скорости на главные оси инерции тела Солнечной системы, и выражений для возмущающих членов физической либрации Луны для неподвижной эклиптики эпохи J2000 [12] в данном исследовании были получены выражения для скоростей геодезического вращения тел Солнечной системы. Они определяются в возмущающих членах физической либрации для Луны и в углах Эйлера для других тел Солнечной системы следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\psi} + \Delta \dot{\varphi} &= \sigma_3 - (\sigma_1 \sin \varphi + \sigma_2 \cos \varphi) \tan \frac{\theta}{2} = \Delta \dot{\tau}, \quad \Delta \dot{\psi} = -\frac{\sigma_1 \sin \varphi + \sigma_2 \cos \varphi}{\sin \theta}, \\ \Delta \dot{\theta} &= -\sigma_1 \cos \varphi + \sigma_2 \sin \varphi = \Delta \dot{\rho}, \quad \Delta \dot{\theta} = -\sigma_1 \cos \varphi + \sigma_2 \sin \varphi, \\ \sin \theta \Delta \dot{\psi} &= -\sigma_1 \sin \varphi - \sigma_2 \cos \varphi = \Delta(I \dot{\sigma}), \quad \Delta \dot{\varphi} = \sigma_3 - \Delta \dot{\psi} \cos \theta. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $\psi, \theta, \varphi$  — углы Эйлера ( $\psi$  — угол долготы нисходящего узла экватора тела на эклиптике эпохи J2000;  $\theta$  — угол наклона экватора тела к неподвижной эклиптике эпохи J2000;  $\varphi$  — угол собственного вращения тела между нисходящим узлом эпохи J2000 и главной осью минимального момента инерции тела);  $\tau, \rho$  и  $\sigma$  — возмущающие члены физической либрации Луны для неподвижной эклиптики эпохи J2000 в долготе, в наклоне и в долготе узла соответственно;  $I$  — постоянный угол наклона лунного экватора к неподвижной эклиптике J2000 ( $I \sim 1^\circ 32'$ );  $\Delta \dot{\psi} = \dot{\psi}_r - \dot{\psi}$ ,  $\Delta \dot{\theta} = \dot{\theta}_r - \dot{\theta}$ ,  $\Delta \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}$ ,  $\Delta \dot{\tau} = \dot{\tau}_r - \dot{\tau}$ ,  $\Delta \dot{\rho} = \dot{\rho}_r - \dot{\rho}$ ,  $\Delta \dot{\sigma} = \dot{\sigma}_r - \dot{\sigma}$  — разности релятивистских и ньютоновых компонент вектора угловой скорости тела; точка означает дифференцирование по времени.

**1.2.** Выражения для систематических и периодических членов скорости геодезического вращения тела имеют следующий вид:

$$\Delta \dot{X} = \sum_{n=1}^3 \Delta \dot{X}_n t^{n-1} + \sum_j \sum_{k=0}^4 [\Delta \dot{X}_{Sjk} \sin(\nu_{j0} + \nu_{j1}t) + \Delta \dot{X}_{Cjk} \cos(\nu_{j0} + \nu_{j1}t)] t^k, \quad (7)$$

где  $\Delta \dot{X}_n$  — коэффициенты систематических членов;  $\Delta \dot{X}_{Sjk}, \Delta \dot{X}_{Cjk}$  — коэффициенты периодических членов;  $\dot{X} = \dot{\psi}, \dot{\theta}, \dot{\varphi}, \dot{\tau}, \dot{\rho}, I\dot{\sigma}$ ;  $\nu_{j0}, \nu_{j1}$  — фазы и частоты соответствующих полуаналитических решений соответственно; индекс суммирования  $j$  определяет количество суммируемых периодических членов, и его значение изменяется для каждого исследуемого тела;  $t$  — время в юлианских днях.

Аналитически интегрируя систематические и периодические члены скорости геодезического вращения тела  $\Delta X = \int \Delta \dot{X} dt$ , применяя «каскад»-метод [13]:

$$\begin{aligned} \Delta X_{Sj4} &= \frac{\Delta \dot{X}_{Cj4}}{\nu_{j1}}; & \Delta X_{Cj4} &= \frac{-\Delta \dot{X}_{Sj4}}{\nu_{j1}}; \\ \Delta X_{Sj3} &= \frac{\Delta \dot{X}_{Cj3} - 4\Delta X_{Cj4}}{\nu_{j1}}; & \Delta X_{Cj3} &= \frac{-\Delta \dot{X}_{Sj3} + 4\Delta X_{Sj4}}{\nu_{j1}}; \\ \Delta X_{Sj2} &= \frac{\Delta \dot{X}_{Cj2} - 3\Delta X_{Cj3}}{\nu_{j1}}; & \Delta X_{Cj2} &= \frac{-\Delta \dot{X}_{Sj2} + 3\Delta X_{Sj3}}{\nu_{j1}}; \\ \Delta X_{Sj1} &= \frac{\Delta \dot{X}_{Cj1} - 2\Delta X_{Cj2}}{\nu_{j1}}; & \Delta X_{Cj1} &= \frac{-\Delta \dot{X}_{Sj1} + 2\Delta X_{Sj2}}{\nu_{j1}}; \\ \Delta X_{Sj0} &= \frac{\Delta \dot{X}_{Cj0} - \Delta X_{Cj1}}{\nu_{j1}}; & \Delta X_{Cj0} &= \frac{-\Delta \dot{X}_{Sj0} + \Delta X_{Sj1}}{\nu_{j1}}; \end{aligned} \quad (8)$$

получаем систематические и периодические члены геодезического вращения тела:

$$\Delta X = \sum_{n=1}^3 \frac{\Delta \dot{X}_n}{n} t^n + \sum_j \sum_{k=0}^4 [\Delta X_{Sjk} \sin(\nu_{j0} + \nu_{j1}t) + \Delta X_{Cjk} \cos(\nu_{j0} + \nu_{j1}t)] t^k, \quad (9)$$

где  $X = \psi, \theta, \varphi, \tau, \rho, I\sigma$ .

**2. Результаты.** В данном исследовании разработан новый метод, позволяющий определить высокоточные значения величин геодезической прецессии и геодезической нутации для любого тела Солнечной системы, имеющего вычисленную на длительном интервале времени эфемериду. В результате его применения (в возмущающих членах физической либрации для Луны и в углах Эйлера для других исследуемых тел Солнечной системы) определены новые высокоточные, динамически согласованные с эфемеридой DE422/LE422, наиболее существенные систематические и периодические члены компонент векторов их геодезического вращения. Заметим, что в данной работе были получены новые уточнённые значения величин геодезического вращения Земли, а значения величин геодезического вращения других тел Солнечной системы были вычислены впервые.

Систематические и периодические члены геодезического вращения тел Солнечной системы приведены в табл. 1 и 2 соответственно, где использованы следующие обозначения:  $D = \lambda_{10} - \lambda_3 + 180^\circ$ ;  $\lambda_j (j = 1, \dots, 9)$  — средние долготы планет и Плутона;  $\lambda_{10}$  — средняя геоцентрическая долгота Луны;  $F$  — средний аргумент широты Луны;  $T$  — динамическое барицентрическое время (Dynamical Barycentric Time) (TDB)

Таблица 1. Систематические члены геодезического вращения

	Меркурий	Венера	Земля [7]	Земля
	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )
$T$	426451871.1763	156031996.8457	191988273.44	19198873.9203
$T^2$	42516.8587	686532.2861	-50386.32	-50431.9734
$T^3$	-31016.9539	-78618.0389	-754.09	656.9733
	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )
$T$	-36012.9217	740859.4714	9.55	12.7208
$T^2$	2955.7609	-60227.9511	1954.11	1951.1507
$T^3$	185.2315	-628.8788	-4721.80	4125.3775
	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )
$T$	-214756714.5660	-113010584.0490	2.99	8.7591
$T^2$	-3822.7979	-687071.9738	54771.03	54775.0582
$T^3$	21374.8691	78797.6763	802.06	-1244.9150
	Луна	Марс	Юпитер	Сатурн
	$\Delta\tau$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )
$T$	19494124.5437	7114256.1713	213015.3078	67188.6365
$T^2$	12.3515	-10336.0320	-3541.1286	54.6002
$T^3$	-565.0947	-9163.2412	-15.0136	-17.0358
	$\Delta\rho$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )
$T$	300.5067	-119872.4123	5967.0475	2897.7159
$T^2$	1780.4437	1073.5488	-144.1639	27.8318
$T^3$	3126.0421	186.5419	5.7500	-4.7791
	$\Delta(I\sigma)$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )
$T$	-6544.4452	-405155.9058	98655.1845	1444.1122
$T^2$	36212.8892	11510.0074	3561.4952	-137.5508
$T^3$	-27286.6251	728.0654	189.2404	-3.7812
	Уран	Нептун	Плутон	Солнце
	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )
$T$	11924.5614	3903.9461	2091.7329	870.0239
$T^2$	21.3021	-4.9188	28.5113	-1.3770
$T^3$	24.8305	-0.9936	63.8836	0.2568
	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )
$T$	160.6285	118.7263	532.3802	1.8890
$T^2$	-1.4159	-0.0724	6.9555	-0.0809
$T^3$	0.4365	-0.0356	16.2397	0.0080
	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )
$T$	-10.3257	-33.0498	-314.2461	-179.5716
$T^2$	1.0611	-0.1043	-4.7359	1.3915
$T^3$	-0.0074	0.0312	-9.6817	-0.0433

измеряется в юлианских тысячелетиях (tjy) (365250 дней) от эпохи J2000. Средний аргумент широты Луны и средние долготы планет и Луны взяты из работы [7]. Средняя долгота Плутона взята из нашего предыдущего исследования [1].

Существует полуаналитическое описание геодезического вращения Земли [7], построенное с использованием полуаналитических теорий гелиоцентрического движения больших планет VSOP87 [14] и полуаналитической теории вращения Земли SMART97 [9]. Из табл. 1 и 2 видно, что систематические и периодические члены геодезического вращения Земли данного исследования хорошо совпадают с аналогичными членами в работе [7]. (Отличие в кубическом члене по знаку в табл. 1, по всей видимости, связано с использованием разных эфемерид в работе [7] и данном исследовании.) Это свидетельствует об эффективности и надежности предложенного нового метода для вычисления значений величин геодезического вращения любого тела Солнечной системы.

Таблица 2. Периодические члены геодезического вращения

Меркурий	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(2155.599 - 266.735T + \dots) \sin \lambda_1 +$ $(-9688.162 - 70.814T + \dots) \cos \lambda_1 + \dots$
	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-0.182 + 0.053T + \dots) \sin \lambda_1 +$ $(0.819 - 0.128T + \dots) \cos \lambda_1 + \dots$
	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-1085.536 + 134.503T + \dots) \sin \lambda_1 +$ $(4878.862 + 34.862T + \dots) \cos \lambda_1 + \dots$
Венера	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-205.908 + 12.505T + \dots) \sin \lambda_2 +$ $(-232.214 + 14.500T + \dots) \cos \lambda_2 + \dots$
	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-0.978 + 0.227T + \dots) \sin \lambda_2 +$ $(-1.103 + 0.258T + \dots) \cos \lambda_2 + \dots$
	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(149.135 - 8.556T + \dots) \sin \lambda_2 +$ $(168.187 - 9.937T + \dots) \cos \lambda_2 + \dots$
Земля [7]	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-34.28 - 7.36T + \dots) \sin \lambda_3 +$ $(-149.22 + 6.47T + \dots) \cos \lambda_3 +$ $(3.01 + \dots) \sin(\lambda_3 + D - F) +$ $(0.73T + \dots) \cos(\lambda_3 + D - F) + \dots$
	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-0.03T + \dots) \cos \lambda_3 +$ $(0.32T + \dots) \sin(\lambda_3 + D - F) +$ $(-1.30 + \dots) \cos(\lambda_3 + D - F) + \dots$
	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-0.20T + \dots) \sin \lambda_3 +$ $(-0.85T + \dots) \cos \lambda_3 +$ $(-3.28 + \dots) \sin(\lambda_3 + D - F) +$ $(-0.8T + \dots) \cos(\lambda_3 + D - F) + \dots$
Земля	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-34.284 - 7.360T + \dots) \sin \lambda_3 +$ $(-149.222 + 6.464T + \dots) \cos \lambda_3 +$ $(3.020 - 0.015T + \dots) \sin(\lambda_3 + D - F) +$ $(0.015 - 0.747T + \dots) \cos(\lambda_3 + D - F) + \dots$
	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$(3 \cdot 10^{-5} - 0.007T + \dots) \sin \lambda_3 +$ $(-2 \cdot 10^{-5} - 0.030T + \dots) \cos \lambda_3 +$ $(5 \cdot 10^{-4} - 0.317T + \dots) \sin(\lambda_3 + D - F) +$ $(-1.301 - 7 \cdot 10^{-4}T + \dots) \cos(\lambda_3 + D - F) + \dots$
	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(1 \cdot 10^{-4} - 0.196T + \dots) \sin \lambda_3 +$ $(-1 \cdot 10^{-4} - 0.851T + \dots) \cos \lambda_3 +$ $(-3.273 - 0.004T + \dots) \sin(\lambda_3 + D - F) +$ $(0.001 + 0.808T + \dots) \cos(\lambda_3 + D - F) + \dots$
Луна	$\Delta\tau$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-34.279 - 7.559T + \dots) \sin \lambda_3 +$ $(-149.201 + 5.683T + \dots) \cos \lambda_3 +$ $(30.212 - 0.001T + \dots) \sin D +$ $(0.001 + 0.001T + \dots) \cos D + \dots$
	$\Delta\rho$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-9 \cdot 10^{-4} - 0.008T + \dots) \sin \lambda_3 +$ $(-3 \cdot 10^{-4} - 0.025T + \dots) \cos \lambda_3 +$ $(-0.004 + 0.010T + \dots) \sin D +$ $(0.005 + 0.007T + \dots) \cos D + \dots$
	$\Delta(I\sigma)$ ( $\mu\text{as}$ )	$(0.013 - 0.111T + \dots) \sin \lambda_3 +$ $(0.052 - 0.496T + \dots) \cos \lambda_3 +$ $(-0.016 + 0.093T + \dots) \sin D +$ $(-0.006 + 0.004T + \dots) \cos D + \dots$
Марс	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(543.435 + 22.457T + \dots) \sin \lambda_4 +$ $(241.415 - 40.426T + \dots) \cos \lambda_4 + \dots$
	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-9.157 - 0.241T + \dots) \sin \lambda_4 +$ $(-4.068 + 0.742T + \dots) \cos \lambda_4 + \dots$
	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-30.949 + 0.392T + \dots) \sin \lambda_4 +$ $(-13.748 + 3.044T + \dots) \cos \lambda_4 + \dots$

Юпитер	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(56.618 - 0.526T + \dots) \sin \lambda_5 +$ $(-14.560 - 2.255T + \dots) \cos \lambda_5 + \dots$
	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$(1.587 - 0.039T + \dots) \sin \lambda_5 +$ $(-0.408 - 0.057T + \dots) \cos \lambda_5 + \dots$
	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(26.227 + 2.506T + \dots) \sin \lambda_5 +$ $(-6.739 - 1.722T + \dots) \cos \lambda_5 + \dots$
Сатурн	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-2.688 - 5.015T + \dots) \sin \lambda_6 +$ $(-52.010 + 3.313T + \dots) \cos \lambda_6 + \dots$
	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-0.115 - 0.219T + \dots) \sin \lambda_6 +$ $(-2.242 + 0.102T + \dots) \cos \lambda_6 + \dots$
	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-0.061 - 0.097T + \dots) \sin \lambda_6 +$ $(-1.119 + 0.291T + \dots) \cos \lambda_6 + \dots$
Уран	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-22.392 - 1.432T + \dots) \sin \lambda_7 +$ $(-3.418 + 0.773T + \dots) \cos \lambda_7 + \dots$
	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-0.302 - 0.012T + \dots) \sin \lambda_7 +$ $(-0.046 + 0.012T + \dots) \cos \lambda_7 + \dots$
	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(0.019 - 0.002T + \dots) \sin \lambda_7 +$ $(0.003 - 0.002T + \dots) \cos \lambda_7 + \dots$
Нептун	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(1.879 + 0.301T + \dots) \sin \lambda_8 +$ $(-1.829 - 0.066T + \dots) \cos \lambda_8 + \dots$
	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$(0.057 + 0.010T + \dots) \sin \lambda_8 +$ $(-0.056 - 0.002T + \dots) \cos \lambda_8 + \dots$
	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-0.017 - 0.002T + \dots) \cos \lambda_8 +$ $(0.015 + 0.001T + \dots) \cos \lambda_8 + \dots$
Плутон	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(62.592 - 1.868T + \dots) \sin \lambda_9 +$ $(0.307 + 15.195T + \dots) \cos \lambda_9 + \dots$
	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$(15.930 - 0.489T + \dots) \sin \lambda_9 +$ $(0.080 + 3.864T + \dots) \cos \lambda_9 + \dots$
	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-9.404 + 0.256T + \dots) \sin \lambda_9 +$ $(-0.047 - 2.286T + \dots) \cos \lambda_9 + \dots$
Солнце	$\Delta\psi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(0.123 + 0.003T + \dots) \sin \lambda_5 +$ $(-0.032 - 0.006T + \dots) \cos \lambda_5 +$ $(4 \cdot 10^{-4} - 1 \cdot 10^{-4}T + \dots) \sin \lambda_1 +$ $(-0.002 + 4 \cdot 10^{-6}T + \dots) \cos \lambda_1 + \dots$
	$\Delta\theta$ ( $\mu\text{as}$ )	$(0.001 + 1 \cdot 10^{-4}T + \dots) \sin \lambda_5 +$ $(-3 \cdot 10^{-4} - 1 \cdot 10^{-4}T + \dots) \cos \lambda_5 +$ $(-1 \cdot 10^{-5} + 1 \cdot 10^{-6}T + \dots) \sin \lambda_1 +$ $(1 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-6}T + \dots) \cos \lambda_1 + \dots$
	$\Delta\varphi$ ( $\mu\text{as}$ )	$(-0.017 + 1 \cdot 10^{-4}T + \dots) \sin \lambda_5 +$ $(0.004 + 0.001T + \dots) \cos \lambda_5 +$ $(-2 \cdot 10^{-4} + 3 \cdot 10^{-5}T + \dots) \sin \lambda_1 +$ $(0.001 - 1 \cdot 10^{-5}T + \dots) \cos \lambda_1 + \dots$

Масса Солнца является доминирующей в Солнечной системе, поэтому основная часть вектора угловой скорости геодезического вращения  $\sigma$  для каждой большой планеты Солнечной системы, Луны и Плутона является результатом их гелиоцентрического орбитального движения. Земля и Луна находятся в среднем на одном расстоянии от Солнца и движутся относительно него в среднем с одной скоростью, поэтому величины их коэффициентов при вековых составляющих в  $\Delta\psi$  и  $\Delta\tau$  (табл. 1) и периодических составляющих с аргументом  $\lambda_3$  (табл. 2) в соответствующих коэффициентах достаточно близки друг другу. Геодезическое вращение Луны определяется не только Солнцем, но и Землей. Этот факт подтверждается появлением достаточно большой гармоник с аргументом  $D$  (табл. 2).

Как видно из табл. 1 и 2 геодезическое вращение тел Солнечной системы убывает с увеличением расстояния от них до Солнца. Меркурий является ближайшей к Солн-

цу планетой, поэтому очевидно, что его геодезическое вращение является наиболее существенным в Солнечной системе. Вектор геодезического вращения Солнца определяется орбитальным движением планет. Известно, что массы планет существенно меньше массы Солнца, поэтому его геодезическое вращение, по сравнению с другими телами Солнечной системы, очень мало. Основная часть геодезического вращения Солнца определяется орбитальным движением Юпитера как самой массивной планеты Солнечной системы и орбитальным движением Меркурия как ближайшей к Солнцу планеты.

**Заключение.** Результаты, полученные с помощью разработанного в данном исследовании нового метода вычисления величин геодезического вращения любых тел Солнечной системы, которые имеют вычисленную на длительном интервале времени эфемериду, имеют хорошее подтверждение для геодезического вращения Земли. Впервые в углах Эйлера получены новые высокоточные значения геодезического вращения больших планет, Плутона и Солнца, динамически согласованные с эфемеридой DE422/LE422. Впервые для возмущающих членов физической либрации получены новые высокоточные значения геодезического вращения Луны, динамически согласованные с эфемеридой DE422/LE422.

Полученные аналитические значения для геодезического вращения Луны будут использованы для численного исследования вращения Луны в релятивистском приближении. Из результатов данного исследования видно, что геодезическое вращение Солнца, планет-гигантов и Плутона несущественно. Однако геодезическое вращение планет земной группы и Луны является существенным и должно учитываться при построении высокоточных теорий вращательного движения этих тел Солнечной системы. Геодезическое вращение должно также учитываться, если влияние динамической фигуры тел на их орбитально-вращательное движение исследуется в пост-ньютоновом приближении. В частности, при обработке результатов лазерной локации Луны должна использоваться релятивистская теория вращения Луны, так же как релятивистская теория вращения Земли.

**Благодарность.** Исследования проводились в Главной (Пулковской) астрономической обсерватории Российской академии наук (РАН) и в Центре космических исследований Польской академии наук (ПАН).

Автор выражает благодарность рецензентам за полезные советы и рекомендации.

## Литература

1. *Eroshkin G. I., Pashkevich V. V.* Geodetic rotation of the Solar system bodies // Artificial Satellites. 2007. Vol. 42, N 1. P. 59–70.
2. *Eroshkin G. I., Pashkevich V. V.* On the geodetic rotation of the major planets, the Moon and the Sun // Artificial Satellites. 2009. Vol. 44, N 2. P. 43–52.
3. *Standish E. M., Newhall X. X., Williams J. G., Folkner W. M.* JPL Planetary and Lunar Ephemerides, DE403/LE403 // JPL IOM. 1995. 314.10-127.
4. *Kopeikin S., Efroimsky M., Kaplan G.* Relativistic Celestial Mechanics in the Solar System. Berlin. Wiley-VCH. 2011.
5. *Seidelmann P. K., Archinal B. A., A'Hearn M. F., Cruikshank D. P., Hilton J. L., Keller H. U., Oberst J., Simon J. L., Stooke P., Tholen D. J., Thomas P. C.* Report of the IAU/IAG Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2003 // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2005. Vol. 91. P. 203–215.
6. *Folkner W. F.* JPL Planetary and Lunar Ephemerides: Export Information. 2011.
7. *Brumberg V. A., Bretagnon P.* Kinematical Relativistic Corrections for Earth's Rotation Parameters // Proc. of IAU Colloquium 180 / eds K. Johnston, D. McCarthy, B. Luzum, G. Kaplan. U. S. Naval Observatory, 2000. P. 293–302.

8. *Абалакин В. К.* Основы эфемеридной астрономии. М.: Наука, 1979. 448 с.
9. *Bretagnon P., Francon G., Rocher P., Simon J. L.* SMART97: A new solution for the rotation of the rigid Earth // *Astron. Astrophys.* 1998. Vol. 329, N 1. P. 329–338.
10. *Жаров В. Е.* Сферическая астрономия. Фрязино, 2006. 480 с.
11. *Вуллард Э.* Теория вращения Земли вокруг центра масс. М.: Физматгиз, 1963. 142 с.
12. *Пашкевич В. В., Ерошкин Г. И.* Построение полуаналитического и численного решений задачи о вращательном движении Луны // *Астрономический вестник.* 2013. Т. 47, № 1. С. 70–73.
13. *Pashkevich V. V.* Construction of the non-rigid Earth rotation series // *Artificial Satellites.* 2007. Vol. 42, N 4. P. 215–227.
14. *Bretagnon P., Francon G.* Planetary theories in rectangular and spherical variables // *Astronomy and Astrophysics.* 1988. Vol. 202. P. 309–315.

Статья поступила в редколлегию 3 января 2016 г.

#### Сведения об авторе

*Пашкевич Владимир Витальевич* — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник; [apeks@gao.spb.ru](mailto:apeks@gao.spb.ru)

### GEODETIC (RELATIVISTIC) ROTATION OF THE SOLAR SYSTEM BODIES

*Vladimir V. Pashkevich*

Pulkovo Observatory of RAS, Pulkovskoe shaussee, 65-1, St. Petersburg, 196140, Russian Federation; [apeks@gao.spb.ru](mailto:apeks@gao.spb.ru)

This investigation is continuation of our studies of the geodetic (relativistic) rotation of the Solar system bodies. For each body (the Moon, the Sun, the major planets and Pluto) the files of the values of the components of the angular velocity of the geodetic rotation are constructed over the time span from AD1000 to AD3000 with one day spacing, by using JPL DE422/LE422 ephemeris, with respect to the proper coordinate systems of the bodies. New method for calculation the values of the geodetic rotation any bodies of the Solar system was received. This method has a good confirmation of the results for the Earth case. In the first time in the perturbing terms of the physical librations for the Moon and in Euler angles for other bodies of the Solar system the most essential terms of the geodetic rotation are found by means of the least squares method and spectral analysis methods. For the Sun, giant planets and Pluto the geodetic rotation is insignificant. For the terrestrial planets and the Moon the geodetic rotation is significant and has to be taken into account for the construction of the high-precision theories of the rotational motion of these bodies. Refs 14. Figs 1. Tables 2.

*Keywords:* geodetic (relativistic) rotation of the Solar system bodies, ephemeris.

#### References

1. Eroskin G. I., Pashkevich V. V., “Geodetic rotation of the Solar system bodies”, *Artificial Satellites* **42**(1), 59–70 (2007).
2. Eroskin G. I., Pashkevich V. V., “On the geodetic rotation of the major planets, the Moon and the Sun”, *Artificial Satellites* **44**(2), 43–52 (2009).
3. Standish E. M., Newhall X. X., Williams J. G., Folkner W. M., “JPL Planetary and Lunar Ephemerides, DE403/LE403”, *JPL IOM*, 314.10-127 (1995).
4. Kopeikin S., Efroimsky M., Kaplan G., *Relativistic Celestial Mechanics in the Solar System* (Wiley-VCH, Berlin, 2011).
5. Seidelmann P. K., Archinal B. A., A’Hearn M. F., Cruikshank D. P., Hilton J. L., Keller H. U., Oberst J., Simon J. L., Stooke P., Tholen D. J., Thomas P. C., “Report of the IAU/IAG Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2003”, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* **91**, 203–215 (2005).
6. Folkner W. F., *JPL Planetary and Lunar Ephemerides: Export Information* (2011).
7. Brumberg V. A., Bretagnon P., “Kinematical Relativistic Corrections for Earth’s Rotation Parameters”, *Proc. of IAU Colloquium 180*, 293–302 (eds. K. Johnston, D. McCarthy, B. Luzum and G. Kaplan, U. S. Naval Observatory, 2000).
8. Abalakin V. K., *Basis of ephemerical astronomy* (Nauka, Moscow, 1979, 448 p.) [in Russian].

9. Bretagnon P., Francou G., Rocher P., Simon J. L., “SMART97: A new solution for the rotation of the rigid Earth”, *Astron. Astrophys* **329**(1), 329–338 (1998).
10. Zarov V. E., *Spherical astronomy* (Fryazino, 2006, 480 p.) [in Russian].
11. Vulard E., *Theory of Earth's rotation around center of mass* (Fizmatgiz, Moscow, 1963, 142 p.) [in Russian].
12. Pashkevich V. V., Eroshkin G. I., “Construction of the semi-analytical and numerical solutions to the problem of rotational motion of the moon”, *Solar System Research* **47**(1), 66–69 (Pleiades Publishing Inc., 2013).
13. Pashkevich V. V., “Construction of the non-rigid Earth rotation series”, *Artificial Satellites* **42**(4), 215–227 (2007).
14. Bretagnon P., Francou G., “Planetary theories in rectangular and spherical variables”, *Astronomy and Astrophysics* **202**, 309–315 (1988).

**Для цитирования:** Пашкевич В. В. Геодезическое (релятивистское) вращение тел Солнечной системы // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. 2016. Т. 3 (61). Вып. 3. С. 506–516. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2016.319

**For citation:** Pashkevich V. V. Geodetic (relativistic) rotation of the solar system bodies. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 1. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2016, vol. 3 (61), issue 3, pp. 506–516. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2016.319